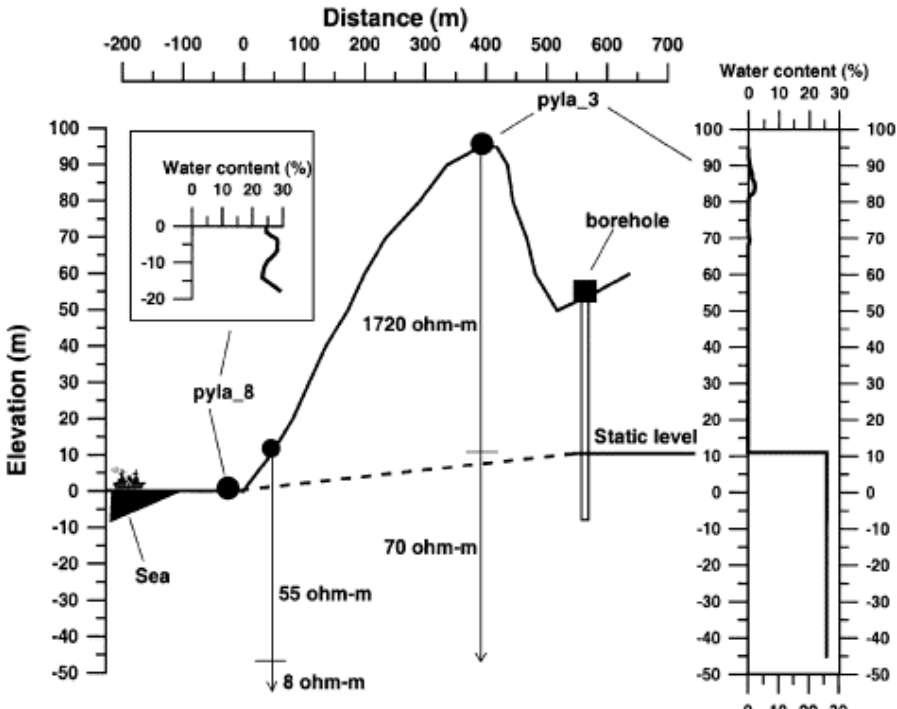


MASTER STEP Institut de Physique du Globe de Paris  
Géophysique de l'Environnement

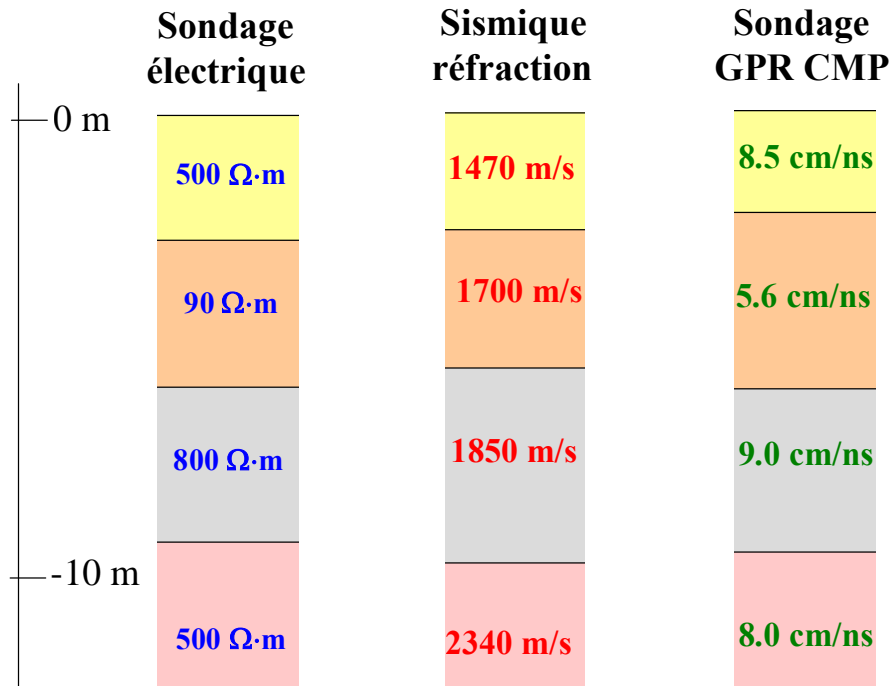
**Examen du 11 mai 2007 suivi du corrigé**

Document autorisés : néant, calculatrice : tolérée, durée: 4 heures

<p>n°1 (3.5pt)</p> <p>(0.5+1+0.5 + 0.5+1)</p>	<p>On observe une onde thermique annuelle d'amplitude 0.6 °C crête-crête dans une cavité souterraine isolée située dans la région parisienne.</p> <p>1) Quelle est la profondeur de la cavité?</p> <p>2) Si la cavité est approximativement une sphère de rayon 2 m, quel est le pic de l'anomalie gravimétrique qu'on peut attendre en surface? Est-ce détectable? Cette cavité est surmontée d'un fontis en formation, qu'on va modéliser par une sphère, tangente à la cavité, de même rayon et de densité deux fois inférieure à la roche encaissante. Comment la présence du fontis change-t-il la valeur de l'anomalie gravimétrique? Est-ce détectable?</p> <p>3) Supposons maintenant qu'il n'y a pas de fontis, mais que la cavité est entourée d'un halo de roche fracturée (EDZ=excavation damage zone) due à l'utilisation d'explosif lors du creusement et d'épaisseur égale au rayon de la cavité. Quelle est alors la valeur du pic de l'anomalie gravimétrique attendue?</p> <p>4) Cette cavité contient dix fûts de déchets chacun de moment magnétique approximatif 50 A·m<sup>2</sup>. Quel est l'ordre de grandeur du pic d'anomalie magnétique en surface? Est-ce détectable?</p> <p>5) Supposons maintenant que cette cavité est entièrement remplie de déchets de susceptibilité magnétique 10<sup>-2</sup>. Quel est le pic d'anomalie magnétique en surface? Est-ce détectable?</p>
<p>n°2 (2pt)</p> <p>(1+1)</p>	<p>Considérons une île constituée d'une roche poreuse homogène ayant la forme d'un cylindre vertical de hauteur 100 m et de diamètre 20 km, posée sur un fond marin étanche. La hauteur d'eau au bord de l'île est 20 m. La pluviométrie annuelle du site est 2000 mm par an.</p> <p>1) Dans un forage de diamètre 20 cm situé au centre de l'île, on observe que le niveau piézométrique se situe 10 m sous la surface. On effectue dans ce forage un test de pompage dans un forage et on observe un rabattement de 2.6 m pour un débit de 1 L/s. Quelle est la perméabilité? On estimera le rayon d'influence du forage à 50 m.</p> <p>2) Quelle est la forme analytique de l'aquifère libre de l'île dans l'approximation de Dupuit? En déduire une deuxième estimation de la perméabilité de l'île.</p>
<p>n°3 (3pt)</p> <p>(0.5+0.5 +0.5+1.5)</p>	<p>Considérons une roche de constante diélectrique 10, de porosité 10 %, de conductivité de surface 0.2 mS/m en présence d'une eau de salinité 1 g/L.</p> <p>1) Quelles sont les valeurs de la résistivité électrique de la roche saturée en eau et de la roche sèche?</p> <p>2) Quelles sont les constantes diélectriques et les vitesses d'onde électromagnétique GPR de la roche saturée en eau et de la roche sèche?</p> <p>3) Quelles sont les longueurs de pénétration de l'onde électromagnétique VLF dans la roche saturée en eau et dans la roche sèche?</p> <p>4) Quelles sont les profondeurs de pénétration de l'onde géoradar 100 MHz dans la roche saturée en eau et dans la roche sèche? Quelles sont les longueurs d'onde et les résolutions GPR? Comparer à la résolution qu'on peut attendre avec une onde sismique P de fréquence 200 Hz dans un milieu de vitesse 800 m/s.</p>

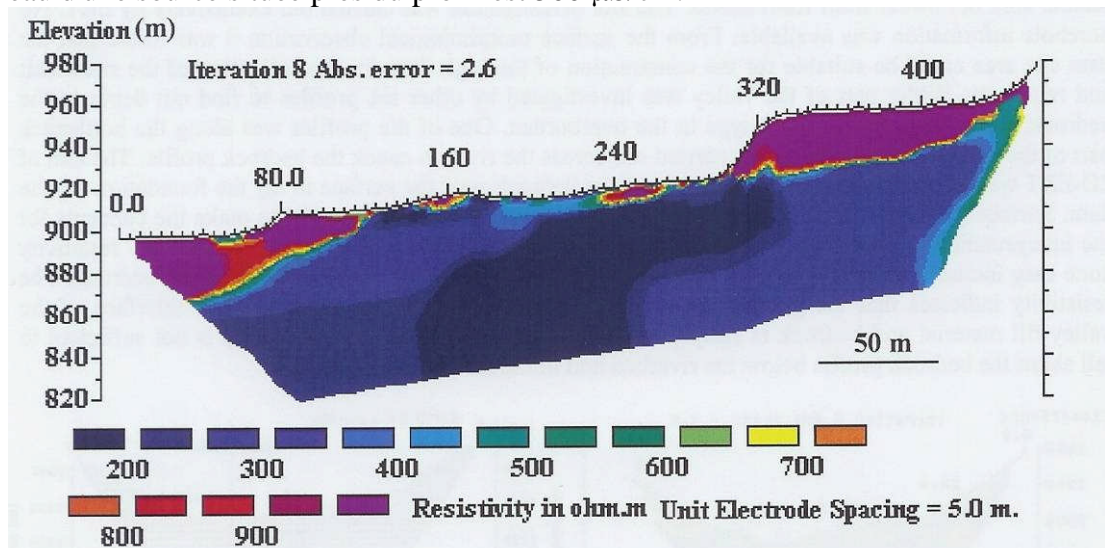
<p>n°4 (2.5pt)</p> <p>(0.5+0.5+0 0.5+0.5+ 0.5)</p>	<p>Considérons les résultats obtenus par Legchenko et collaborateurs sur la dune du Pilat dans les Landes. La figure ci-dessous en présente un résumé et le "water content", déterminée par sondage par résonance magnétique (MRS), y désigne la fraction volumique d'eau relativement au volume total de roche.</p> <p>1) Quel est le principe du sondage MRS?  2) Quelle est la valeur typique de la porosité d'un sable? Quelle est la valeur de la porosité d'un empilement compact de sphères identiques? La valeur moyenne de 26 % trouvée ci-dessous par Legchenko et collaborateurs est-elle conforme à ces valeurs classiques?  3) Quelle est la valeur typique de la résistivité électrique de l'eau de mer? Dans la figure ci-dessous, la valeur <math>8 \Omega \cdot m</math> correspond probablement à du sable saturé en eau de mer. En déduire la valeur de la résistivité de l'eau de mer sous la dune du Pilat.  4) Les valeurs 55 et <math>70 \Omega \cdot m</math> correspondent à du sable saturé en eau douce. Quelles en sont les valeurs approximatives de résistivité de l'eau et de sa salinité si on néglige la contribution de la conductivité de surface?  5) Quelle est la saturation moyenne de la zone insaturée si on néglige la contribution de la conductivité de surface? Est-ce conforme aux résultats du sondage MRS? Qu'en conclure?</p> <p style="text-align: center;"><b>Dune du Pilat, cross section A-A</b></p>  <p>The figure shows a cross-section of the Dune du Pilat. The x-axis is Distance (m) from -200 to 700. The y-axis is Elevation (m) from -50 to 100. A solid line represents the ground surface, peaking at approximately 100m elevation at 400m distance. A dashed line represents the static water level, which is at 0m elevation from -200m to 0m, and then rises to about 10m at 400m. A borehole is shown at approximately 550m distance, extending to -10m elevation. Resistivity values are indicated: 8 ohm-m at the surface near the sea, 55 ohm-m at the static level, 70 ohm-m at the base of the dune, and 1720 ohm-m at the peak. Water content profiles are shown on the right, with an inset for the sea area.</p>
<p>n°5 (3pt)</p>	<p>On effectue sur un site un sondage électrique, un profil de sismique réfraction et un profil GPR CMP. Ces sondages permettent d'obtenir les trois modèles stratifiés résumés dans la figure ci-dessous. On a par ailleurs mesuré dans un forage que la conductivité de l'eau interstitielle est <math>100 \text{ mS/m}</math>. On considère que la nappe phréatique sépare le milieu saturé et un milieu insaturé de saturation moyenne 50 %. D'autre part, des mesures électriques effectuées en laboratoire à partir de poudres récupérées lors de forages indiquent que la conductivité électrique de surface de la première couche (la plus proche de la surface) est identique à celle de la quatrième couche et que la conductivité de surface de la deuxième couche est <math>10 \text{ mS/m}</math>.</p> <p>Où se trouve la nappe? Pourquoi? Déterminer pour chaque couche la porosité, la saturation, la conductivité électrique de surface, la vitesse sismique dans la matrice, la</p>

constante diélectrique de la roche ainsi que la constante diélectrique de la matrice minérale.



n°6  
(2pt)

Considérons les résultats de tomographie électrique ERT ci-dessous.  
 1) Expliquer le principe de fonctionnement de l'ERT. Si dispose de 64 électrodes et qu'on souhaite une résolution latérale en surface de 5 mètres et une profondeur de pénétration de 100 m, combien faut-il faire de profils?  
 2) Proposer une interprétation des résultats ci-dessous (Pant, 2005). La conductivité de l'eau d'une source située près du profil est 500  $\mu\text{S}/\text{cm}$ .



n°7  
(2pt)

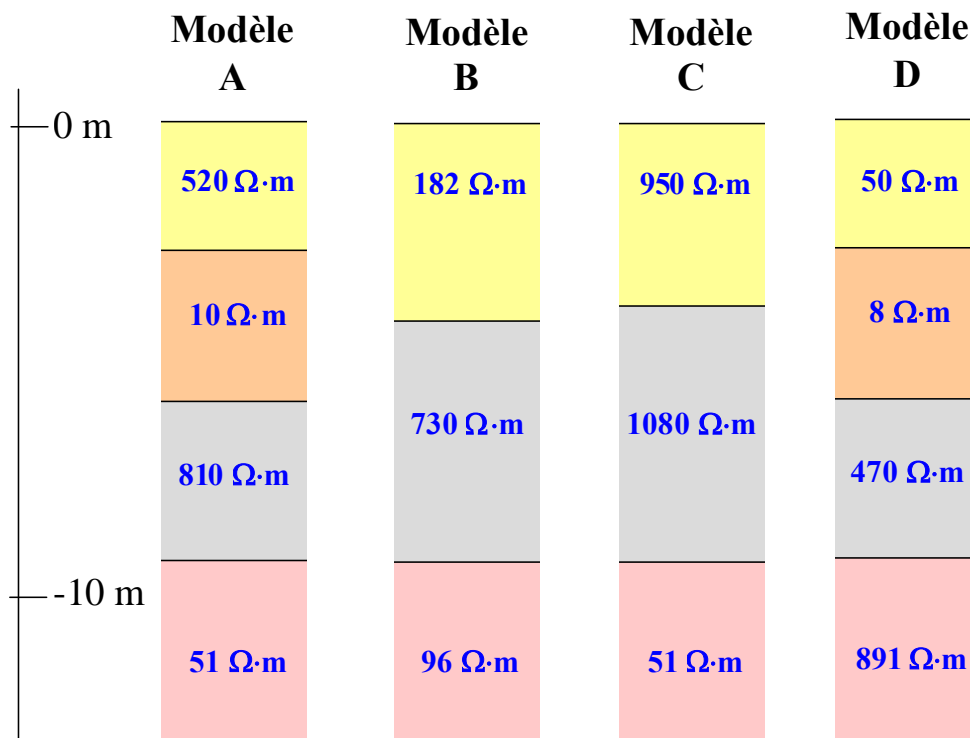
Qu'est-ce qu'un sondage audiomagnétotellurique? On travaille près d'une faille verticale. Définir les directions TE et TM. A la fréquence de 10 Hz, on mesure une amplitude de 2 mV alors que l'amplitude de l'onde magnétique dans la direction perpendiculaire est 2 nT. A la fréquence de 1 kHz, on observe 5 mV pour 1 nT. Quelles sont les résistivités apparentes MT à 10 Hz et 1 kHz? Quelles sont les profondeurs de pénétration à ces fréquences? La longueur du dipôle électrique est 10 m.

n°8  
(2pt)

On a effectué au Népal, sur un site situé au front des Siwaliks dans la plaine, un sondage Schlumberger et on a obtenu les résultats suivants:

		<i>Profil NS</i>	
$a$ (m)	$m$ (m)	$I$ (mA)	$V$ (mV)
1	0.2	10	1210
1.2	0.2	10	850
1.5	0.2	10	451
2	0.2	10	279
2.5	0.2	10	201
2.5	0.4	10	387
4	0.4	10	168
5	0.4	20	212
6	0.4	20	149
8	0.4	50	175
8	0.8	50	345
10	0.8	100	385
12	0.8	100	246
15	0.8	50	60
20	0.8	50	21.3
20	1.6	100	89.0
25	1.6	50	20
40	1.6	20	1.1
50	1.6	20	0.5

Tracer la courbe de la résistivité apparente en fonction de  $a$ . Discuter qualitativement ces résultats. Parmi les modèles suivants, lequel est susceptible de correspondre à ce site?



n°9 (2pt)	<p>Quel est le principe du géoradar? Que signifient profils géoradars CO et CMP? Expliquer avec un exemple à quoi peuvent ressembler des hodochrones géoradars CMP et comment elles se distinguent des hodochrones de sismique réfraction.</p>								
n°10 (2pt)	<p>Un matin, lors de travaux de terrassement sur le terrain d'une ancienne usine désaffectée, destiné à installer une colonie de vacances, un coup de pelle mécanique révèle des fûts enterrés à quelques deux mètres de profondeur à peine. L'ouvrier appelle son responsable qui alerte la préfecture car aucun des documents dont il disposait n'indiquait la présence de déchets et une odeur nauséabonde et irritante commence à se dégager. Le préfet déclenche la procédure, un périmètre de sécurité est défini et des mesures sont effectuées. Les déchets s'avèrent être des liquides toxiques, instables à la chaleur, et en plus légèrement radioactifs. Le préfet est furieux et il convoque, en présence d'un juge d'instruction, les quatre ingénieurs de l'usine, qui profitaient tranquillement de leur retraite anticipée dans des grands domaines de la côte d'Azur. Les quatre ingénieurs, Messieurs A, B et Mesdames C et D, amenés par la gendarmerie, n'ont même pas eu le temps de se concerter. Ils sont mis en isolement et convoqués un par un dans le bureau du préfet. Chacun dit un et un seul mensonge pendant l'interrogatoire. Voici leurs déclarations:</p> <table border="1"> <tr> <td>Mr. A</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La nappe est à 10 m</li> <li>2. C'est C qui a enterré ces déchets</li> <li>3. Ces déchets sont dangereux</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol> </td> </tr> <tr> <td>Mr. B</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le site était vierge avant la fermeture de l'usine</li> <li>2. Ces déchets sont dangereux</li> <li>3. La résistivité électrique chute à 10 m</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol> </td> </tr> <tr> <td>Mme. C</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique est ici <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 1 m.</li> <li>3. Ce n'est pas D qui a enterré ces déchets</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol> </td> </tr> <tr> <td>Mme. D</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique de ce site est <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 10 m.</li> <li>3. La porosité du sable est ici entre 5 et 40 %.</li> <li>4. C'est moi qui ai enterré ces déchets.</li> </ol> </td> </tr> </table> <p>Le préfet et le juge d'instruction écoutent ces déclarations avec perplexité. Mais le préfet, qui n'en est pas à sa première affaire, a bien veillé à se faire assister par une jeune thésarde qui, justement, avait fait un module de Géophysique de l'Environnement. Celle-ci chuchote quelques mots à l'oreille du préfet qui fait passer un mot au juge d'instruction. Celui-ci fait immédiatement arrêter le ou la coupable pour négligence, dissimulation et mise en danger de la vie d'autrui. Les trois autres sont envoyés au nettoyage du site pour incompétence et complicité passive. Qui est le ou la coupable? Expliquer le raisonnement.</p>	Mr. A	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La nappe est à 10 m</li> <li>2. C'est C qui a enterré ces déchets</li> <li>3. Ces déchets sont dangereux</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>	Mr. B	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le site était vierge avant la fermeture de l'usine</li> <li>2. Ces déchets sont dangereux</li> <li>3. La résistivité électrique chute à 10 m</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>	Mme. C	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique est ici <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 1 m.</li> <li>3. Ce n'est pas D qui a enterré ces déchets</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>	Mme. D	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique de ce site est <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 10 m.</li> <li>3. La porosité du sable est ici entre 5 et 40 %.</li> <li>4. C'est moi qui ai enterré ces déchets.</li> </ol>
Mr. A	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La nappe est à 10 m</li> <li>2. C'est C qui a enterré ces déchets</li> <li>3. Ces déchets sont dangereux</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>								
Mr. B	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le site était vierge avant la fermeture de l'usine</li> <li>2. Ces déchets sont dangereux</li> <li>3. La résistivité électrique chute à 10 m</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>								
Mme. C	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique est ici <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 1 m.</li> <li>3. Ce n'est pas D qui a enterré ces déchets</li> <li>4. Je n'ai pas mis ces déchets</li> </ol>								
Mme. D	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La diffusivité thermique de ce site est <math>10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</li> <li>2. La pénétration de l'onde thermique annuelle est ici 10 m.</li> <li>3. La porosité du sable est ici entre 5 et 40 %.</li> <li>4. C'est moi qui ai enterré ces déchets.</li> </ol>								

# Corrigé

## n°1:

1) L'amplitude annuelle thermique à Paris est d'environ 15 °C. Si on observe une amplitude crête-crête de 0.6 °C, on peut dire que l'atténuation de l'onde annuelle est  $0.6/15=0.04$ . Or l'atténuation à une profondeur  $p$  s'écrit  $e^{-p/\lambda}$ , où  $\lambda$  est la longueur de diffusion à la fréquence considérée. On a donc  $p=-\lambda \text{Log}(0.04) \cong 3.2\lambda$ . La profondeur de pénétration pour une onde de période  $T$  est donnée par  $\lambda = \sqrt{\kappa T / \pi}$  où  $\kappa$  est la diffusivité thermique. Prenons une valeur classique  $\kappa=10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , on obtient  $\lambda=3.2 \text{ m}$ . La profondeur  $p$  est alors  $3.2 \times 3.2$  soit environ 10 m.

2) Le pic d'anomalie gravimétrique en surface  $\Delta g_s$  pour une sphère de rayon  $R$  à une profondeur  $z$  est donné par :

$$\Delta g_s = \frac{4}{3} \pi G \Delta \rho \frac{R^3}{z^2}, \quad (1)$$

où  $\Delta \rho$  est le contraste de masse volumique. Prenons  $\Delta \rho = -2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , on obtient :

$$\Delta g_s = -\frac{4}{3} \pi \times 6.67 \times 10^{-3} \times 2.5 \times 10^3 \frac{8}{100} \cong \boxed{-5.6 \text{ } \mu\text{Gal}}. \quad (2)$$

Une telle anomalie, qui aura par ailleurs une largeur à mi-hauteur d'environ  $z/0.62 \cong 16 \text{ m}$ , n'est pas détectable avec les critères habituels.

Pour le fontis, pour lequel on a un contraste  $\Delta \rho = -1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et une profondeur  $z=6 \text{ m}$ , le pic de l'anomalie  $\Delta g_f$  est :

$$\Delta g_f = -\frac{4}{3} \pi \times 6.67 \times 10^{-3} \times 1.25 \times 10^3 \frac{8}{36} \cong -7.8 \text{ } \mu\text{Gal}. \quad (3)$$

L'anomalie totale a alors une amplitude de  $-5.6-7.8 = \underline{-13.4 \text{ } \mu\text{Gal}}$ , ce qui est difficilement détectable mais est à la limite du possible.

3) Supposons que, comme précédemment, le contraste de densité dans le halo EDZ est  $\Delta \rho = -1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Le pic de l'anomalie  $\Delta g_{sEDZ}$  est alors la somme du pic dû à une sphère de rayon 2 m et  $\Delta \rho = -1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et du pic dû à une sphère de rayon 4 m et  $\Delta \rho = -1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , soit :

$$\Delta g_{sEDZ} = -\frac{4}{3} \pi \times 6.67 \times 1.25 \frac{8}{100} - \frac{4}{3} \pi \times 6.67 \times 1.25 \frac{64}{100} \cong \boxed{-25 \text{ } \mu\text{Gal}}. \quad (4)$$

Il sera possible de détecter une telle anomalie.

4) L'ordre de grandeur de l'amplitude du champ magnétique créé en surface par un moment magnétique  $m$  à une profondeur  $z$  est donné par :

$$\Delta B = \frac{\mu_0 m}{4\pi z^3}, \quad (5)$$

soit ici, pour dix fûts :

$$\Delta B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 10 \times 50}{4\pi \cdot 10^3} = 5 \times 10^{-8} \text{ T} = \boxed{50 \text{ nT}}. \quad (6)$$

5) D'après la relation de Poisson, on connaît le pic de l'anomalie magnétique créée en surface par une cavité sphérique de rayon  $R$  contenant un matériaux d'aimantation  $M_0$  (cf chapitre 4 du cours relation 4.34 qu'on peut aisément retrouver):

$$\Delta B_s = \frac{4}{3} \pi \mu_0 M_0 \frac{R^3}{z^3}. \quad (7)$$

Soit  $H_0$  le champ magnétisant terrestre, on a :

$$\mu_0 M_0 = \mu_0 \chi H_0, \quad (8)$$

où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique. La quantité  $\mu_0 H_0$  est l'amplitude du champ magnétique terrestre, soit environ 50 000 nT. On a donc :

$$\Delta B_s = \frac{4}{3} \pi \mu_0 M_0 \frac{R^3}{z^3} = \frac{4}{3} \pi \times \chi \times 5 \times 10^4 \frac{8}{10^3} = \frac{4}{3} \pi \times 10^{-2} \times 50 \times 8 = \frac{16\pi}{3} \cong \boxed{17 \text{ nT}}. \quad (9)$$

C'est détectable !

**n°2:**

1) Dans l'approximation de Dupuit, le débit  $Q$  dans un forage de rayon  $r_0$  où on observe un rabattement  $h_0$  est lié au niveau initial  $H_0$  observé initialement, et conservé pour le rayon d'influence  $R_I$ , par :

$$Q = \pi K \frac{H_0^2 - h_0^2}{\text{Log} \frac{R_I}{r_0}}, \quad (1)$$

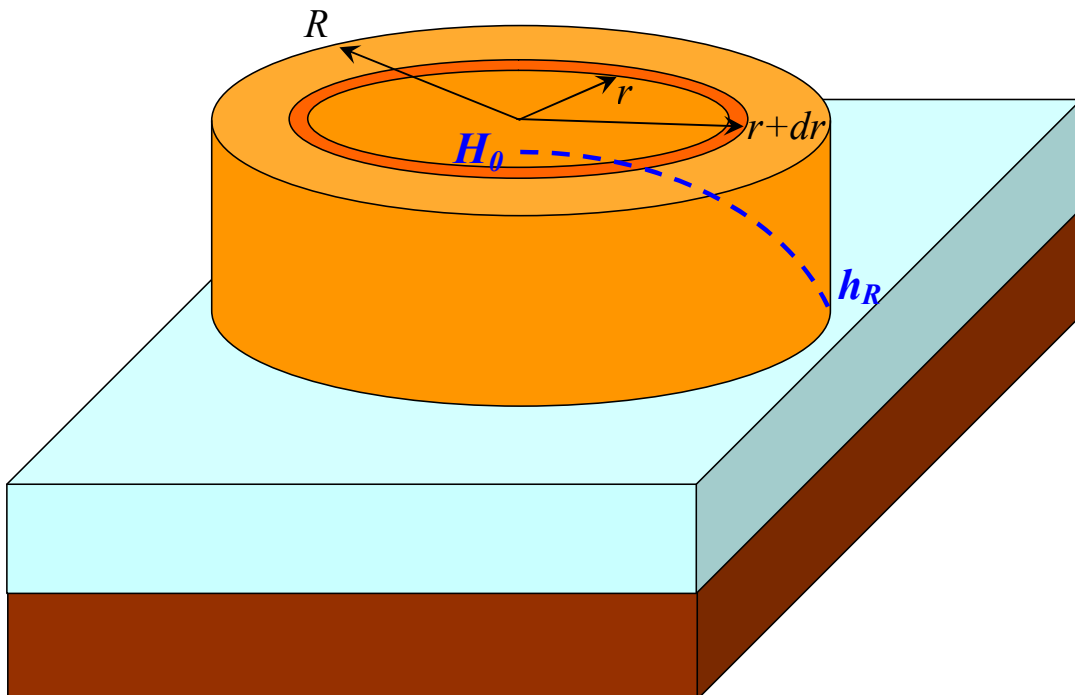
où  $K$  est la conductivité hydraulique. On a donc ici :

$$K = \frac{Q}{\pi} \frac{\text{Log} \frac{R_I}{r_0}}{H_0^2 - h_0^2} = \frac{10^{-3}}{\pi} \frac{\text{Log} \frac{50}{0.1}}{90^2 - (90 - 2.6)^2} = 4.3 \times 10^{-6} \text{ m/s}, \quad (2)$$

ce qui correspond à une perméabilité de  $4.3 \times 10^{-13} \text{ m}^2$  soit 0.43 D ou 430 mD.

2) Soit  $h(r)$  la hauteur piézométrique de l'île cylindrique en fonction de la distance  $r$  de son centre (voir schéma ci-dessous). Dans l'approximation de Dupuit, la vitesse de Darcy s'écrit :

$$u = -K \frac{dh}{dr}. \quad (3)$$



Soit  $I$  l'infiltration, qu'on estimera à 1 % de la pluviométrie, soit 20 mm par an. Faisons le bilan des flux d'eau entrants et sortants dans un petit domaine vertical situé entre  $r$  et  $r+dr$ . Soit  $Q(r)$  le flux total horizontal franchissant le rayon  $r$ . On a :

$$Q(r) + I2\pi r dr = Q(r + dr) , \quad (4)$$

soit :

$$\frac{dQ}{dr} = -I2\pi r . \quad (5)$$

Par ailleurs, on a peut écrire  $Q(r)$  en fonction de  $h$  :

$$Q = 2\pi r h u = -2\pi r K h \frac{dh}{dr} . \quad (6)$$

On a donc, en reportant dans (14) :

$$\frac{d}{dr} \left( r h \frac{dh}{dr} \right) = -\frac{I}{K} r . \quad (7)$$

En intégrant une première fois, on a :

$$r h \frac{dh}{dr} = -\frac{I}{2K} r^2 + A , \quad (8)$$

où  $A$  est une constante qui est nulle car le produit  $h dh/dr$  est fini en  $r=0$ . On a donc :

$$h \frac{dh}{dr} = \frac{1}{2} \frac{dh^2}{dr} = -\frac{I}{2K} r , \quad (9)$$

qui donne :

$$h^2 = -\frac{I}{2K} r^2 + Br + C , \quad (18)$$

où  $B$  et  $C$  sont des constantes. Par continuité, on doit avoir  $dh/dr=0$  en  $r=0$ . On a donc  $B=0$ . On a donc :

$$h^2 = H_0^2 - \frac{I}{2K} r^2 . \quad (10)$$

Pour  $r=R$  (rayon de l'île), on a  $h=h_R$  donné. On peut donc calculer la conductivité hydraulique :

$$K = \frac{I}{2} \frac{R^2}{H_0^2 - h_R^2} = \frac{20 \times 10^{-3}}{2 \times 3 \times 10^7} \frac{(10 \times 10^3)^2}{90^2 - 20^2} \cong 4.3 \times 10^{-6} \text{ m/s} . \quad (11)$$

Cette valeur, en excellent accord avec la valeur précédente (on voit que c'est un cas imaginaire !!) correspond à une perméabilité de  $4.3 \times 10^{-13} \text{ m}^2$  soit 0.43 D ou 430 mD.

### n°3:

1) La résistivité électrique  $\rho_w$  d'une eau de salinité  $S=1$  g/L est environ  $5/S$  soit environ  $5 \Omega \cdot \text{m}$ . La résistivité de la roche  $\rho_r$  à la saturation  $S_w$ , est donnée approximativement par :

$$\frac{1}{\rho_r} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0} S_w^2 , \quad (1)$$

où  $F_0$  est le facteur de formation. Nous prendrons  $F_0=1/\emptyset^2$ , où  $\emptyset$  est la porosité, soit  $F_0=100$ . Pour la roche sèche, on a  $S_w=0$ , et la résistivité est:

$$\rho_{\text{sec}} = \frac{1}{\sigma_s} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = \underline{5000 \Omega \cdot \text{m}} , \quad (2)$$

et pour la roche saturée,  $S_w=1$ , d'où:



$$\rho_{saturé} = \frac{1}{\sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0}} = \frac{1}{2 \times 10^{-4} + \frac{1}{500}} \cong \underline{455 \Omega m}. \quad (3)$$

2) La constante diélectrique  $\epsilon_r$  de la roche s'exprime en fonction de la porosité de la saturation de la façon suivante:

$$\sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_m}(1-\phi) + \sqrt{\epsilon_w}\phi S_w + \phi(1-S_w), \quad (4)$$

où  $\epsilon_m$  est la constante diélectrique moyenne de la matrice minérale. Pour la roche sèche, on a:

$$\sqrt{\epsilon_{sec}} = \sqrt{10} \times (1-0.1) + 0.1, \quad (5)$$

soit:

$$\boxed{\epsilon_{sec} \cong 8.7}, \quad (6)$$

et, pour la roche saturée:

$$\sqrt{\epsilon_{saturé}} = \sqrt{10} \times (1-0.1) + \sqrt{80} \times 0.1, \quad (7)$$

soit:

$$\boxed{\epsilon_{saturé} \cong 14}, \quad (8)$$

Les vitesses des ondes électromagnétiques sont données par  $c/\sqrt{\epsilon_r}$ , soit, pour la roche sèche:

$$\boxed{V_{sec} \cong 10.2 \text{ cm/ns}}, \quad (9)$$

et, pour la roche saturée:

$$\boxed{V_{sec} \cong 8.0 \text{ cm/ns}}. \quad (10)$$

3) La longueur de pénétration  $\lambda$  d'une onde de fréquence  $f$  dans un milieu de résistivité  $\rho$  est donnée par:

$$\lambda(m) \cong 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}}. \quad (11)$$

La fréquence des ondes électromagnétiques VLF est environ 20 KHz, on a donc, pour la roche sèche:

$$\boxed{\lambda_{sec}(m) \cong 500 \sqrt{\frac{5000}{20 \times 10^3}} = 500 \sqrt{\frac{1}{4}} = 250 \text{ m}}, \quad (12)$$

et, pour la roche saturée:

$$\boxed{\lambda_{sec}(m) \cong 500 \sqrt{\frac{455}{20 \times 10^3}} = 5 \sqrt{\frac{455}{2}} \cong 75 \text{ m}}. \quad (13)$$

4) La profondeur de pénétration caractéristique de l'onde Géoradar est, quelle que soit la fréquence (en première approximation), donnée par:

$$\delta_{GPR} \cong \frac{\rho}{190} \sqrt{\epsilon_r}, \quad (14)$$

soit, pour la roche sèche:

$$\boxed{\delta_{GPR} \cong \frac{\rho}{190} \sqrt{\epsilon_r} \cong \frac{5000}{190} \sqrt{8.7} \cong 78 \text{ m}}, \quad (15)$$

et, pour la roche saturée:

$$\boxed{\delta_{GPR} \cong \frac{\rho}{190} \sqrt{\epsilon_r} \cong \frac{455}{190} \sqrt{14} \cong 9 \text{ m}}. \quad (16)$$

La profondeur accessible est approximativement 4 fois la profondeur de pénétration donnée ci-dessus, soit 310 m et 36 m pour la roche sèche et humide, respectivement.

La longueur d'onde de l'onde géoradar est :

$$\lambda_{GPR} = \frac{V_{GPR}}{f}, \quad (17)$$

soit  $10.2 \times 10^7 / 10^8 \cong 1 \text{ m}$  pour la roche sèche et  $8.0 \times 10^7 / 10^8 \cong 80 \text{ cm}$  pour la roche saturée. On considère que la résolution GPR est approximativement, comme en propagation d'onde sismique, le quart de la longueur d'onde, soit  $\sim 25 \text{ cm}$  pour la roche sèche et  $\sim 20 \text{ cm}$  pour la roche saturée.

La résolution d'une onde sismique 200 Hz dans un milieu de vitesse 800 m/s sera  $800/200 \cong 4 \text{ m}$ , soit une résolution de  $\sim 1 \text{ m}$ . La résolution sera donc meilleure avec le géoradar.

#### n°4:

1) Voir chapitre 5. Le principe du sondage RMS est d'exciter par une boucle de courant la fréquence de Larmor du proton contenu dans le milieu naturel, en particulier dans l'eau. La durée de l'excitation permet de sonder différentes profondeurs.

2) La porosité typique d'un sable varie de 20 à 40 %. La porosité d'un empilement compact de sphères identiques est  $1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 26 \%$  (porosité de Kepler), quel que soit le rayon.

La valeur moyenne de 26 % trouvée par Legchenko est donc parfaitement conforme à ces valeurs typiques.

3) La valeur typique de la résistivité de l'eau de mer est 0.3 Ω·m. Si on néglige la conductivité de surface, la résistivité de la roche  $\rho_r$  s'exprime en fonction de la résistivité  $\rho_w$  du fluide interstitiel et la porosité  $\phi$  :

$$\rho_r = \rho_w \phi^{-2}, \quad (1)$$

soit :

$$\rho_w = \rho_r \phi^2 \cong 8 \times 0.26^2 \cong 0.54 \text{ Ω·m}. \quad (2)$$

4) De même la résistivité de l'eau interstitielle dans le milieu de résistivité 55 Ω·m est :

$$\rho_w = \rho_r \phi^2 \cong 55 \times 0.26^2 \cong 3.7 \text{ Ω·m}. \quad (3)$$

et, pour un le milieu de résistivité 70 Ω·m:

$$\rho_w = \rho_r \phi^2 \cong 70 \times 0.26^2 \cong 4.7 \text{ Ω·m}. \quad (4)$$

Ces valeurs sont assez basses mais pas non plus extraordinaires. La salinité est approximativement  $5/\rho_w$  où  $\rho_w$  est la résistivité de l'eau en Ω·m. On trouve donc  $\sim 1.3 \text{ g/L}$  pour la roche de résistivité 55 Ω·m et  $\sim 1.0 \text{ g/L}$  pour la roche de résistivité 70 Ω·m.

5) Si on néglige la conductivité de surface, la résistivité de la roche  $\rho_r$  s'exprime en fonction de la résistivité  $\rho_w$  du fluide interstitiel, la porosité  $\phi$ , et la saturation  $S_w$  :

$$\rho_r = \rho_w \phi^{-2} S_w^2 = \rho_r^S S_w^{-2}, \quad (5)$$

où  $\rho_r^S$  est la résistivité de la roche à saturation. On a alors :

$$S_w = \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_r^S}} = \sqrt{\frac{70}{1720}} \cong 20 \%. \quad (6)$$

Cette saturation n'est pas trop compatible avec la valeur très basse fournie par le sondage MRS. Il existe probablement une contribution de conductivité de surface. Celle-ci n'affecte pas les valeurs de résistivité de la roche tant qu'elle est saturée, car alors c'est le terme de conduction électrolytique qui domine, il est très fort ici en présence d'eau salée. Dans le milieu insaturé, par contre, cette contribution électrolytique devient plus faible, surtout à faible saturation, et alors on ne peut plus négliger la conductivité de surface.

**n°5:**

Considérons deux couches horizontales constituées d'un milieu homogène avec une zone saturée (2) surmontée d'une zone insaturée (1). La résistivité électrique de ces deux couches s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho_1} = \sigma_s + \frac{1}{\rho_w} \phi^2 S_w^2 = \sigma_s + \frac{1}{\rho_w} \phi^2 \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{\rho_2} = \sigma_s + \frac{1}{\rho_w} \phi^2 \end{cases}, \quad (1)$$

où  $\phi$  est la porosité,  $S_w$  la saturation moyenne de la zone insaturée (50 %) et  $\sigma_s$  la conductivité de surface. On peut éliminer  $\sigma_s$  dans (1) et obtenir une valeur de la porosité :

$$\phi_p = \sqrt{\rho_w \frac{4}{3} \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)}, \quad (2)$$

De même, en utilisant la loi de Wyllie, les vitesses d'onde P dans ces deux couches s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{1}{V_1} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi S_w}{V_w} + \frac{\phi(1-S_w)}{V_a} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi}{2V_w} + \frac{\phi}{2V_a}, \\ \frac{1}{V_1} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi}{V_w} \end{cases}, \quad (3)$$

où  $V_m$  est la vitesse dans la matrice minérale,  $V_w$  la vitesse dans l'eau et  $V_a$  la vitesse dans l'air. En éliminant le terme en  $1/V_m$ , on peut obtenir une valeur de la porosité :

$$\phi_v = 2 \frac{\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}}{\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_w}}. \quad (4)$$

Dans le cas des trois interfaces proposées par l'énoncé, l'interface entre la couche à 90 et la couche à 800 (6 m) peut être immédiatement éliminé car la résistivité augmenterait en passant dans la nappe. Pour les deux interfaces restantes, on obtient les résultats suivants pour les porosités :

En partant de la surface	$\phi_p$	$\phi_v$
Couche 1/Couche 2	0.35	0.08
Couche 3/Couche 4	0.10	0.10

On voit que la première interface ne partant de la surface n'est pas cohérent avec une hypothèse de milieu homogène avec une nappe. Par contre, la troisième interface convient parfaitement. On peut donc considérer que la nappe est l'interface vue à environ 9-10 m de la surface.

Les paramètres physiques de chaque couche sont résumés dans le tableau suivant.

Couche depuis la surface	$\phi$	$S_w$	$\sigma_s$ (mS/m)	$V_m$	$\varepsilon_r$	$\varepsilon_m$
1	<b>0.2</b>	<b>0.5</b>	<b>1</b>	<b>2504</b>	<b>12</b>	<b>9.5</b>
2	<b>~0.2</b>	<b>0.5</b>	10	<b>3515</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
3	<b>0.1</b>	<b>0.5</b>	<b>1</b>	<b>2500</b>	<b>11</b>	<b>10</b>
4	<b>0.1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2500</b>	<b>14</b>	<b>10</b>

Ces valeurs s'obtiennent de la façon suivante.

Pour trouver la conductivité de surface des couches 3 et 4, on utilise la deuxième équation de (1) puisque nous connaissons maintenant la porosité de ces deux couches (10 %).

On trouve 1 mS/m. D'après l'énoncé, c'est aussi la valeur de la conductivité de surface de la première couche. La conductivité de surface de la deuxième couche est donnée par l'énoncé. Une fois qu'on a la conductivité de surface, on en déduit la porosité en utilisant la première équation de (1). On trouve 20 % dans les deux cas.

Pour trouver les valeurs de  $V_m$ , on applique la relation de Wyllie et on trouve:

$$V_m = \frac{1 - \phi}{\frac{1}{V_p} - \frac{\phi}{2V_w} - \frac{\phi}{2V_a}} \quad (5)$$

Les valeurs de la constante diélectrique  $\epsilon_r$  de chaque couche s'obtiennent à partir des valeurs de vitesse GPR. La vitesse de l'onde électromagnétique, en prenant une perméabilité magnétique du milieu égale à 1, est en effet  $c/\sqrt{\epsilon_r}$  où  $c$  est la vitesse de la lumière (30 cm/ns). On a donc :

$$\epsilon_r = \left( \frac{c}{V_{GPR}} \right)^2 \quad (6)$$

Enfin, pour trouver les valeurs de la constante diélectrique  $\epsilon_m$  de la matrice minérale, on utilise la relation simplifiée suivante pour exprimer  $\epsilon_r$  en fonction de la porosité et de la saturation:

$$\sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_m}(1 - \phi) + \sqrt{\epsilon_w}\phi S_w + \phi(1 - S_w), \quad (7)$$

où  $\epsilon_w$  est la constante diélectrique de l'eau (~80).

#### **n°6:**

1) Voir chapitre 5. Si on souhaite une pénétration de 100 m, il faut une ligne ERT de 800 m. Si on souhaite une résolution latérale de 5 m, cela signifie que la distance entre chaque électrode est 5 m, donc, si on a 64 électrodes, on ne peut faire que des profils de longueur 320 m maximum. On fera donc glisser le système d'une demi-longueur de profil à chaque fois, soit 160 m. Pour arriver ainsi à 800 m, il faudra donc quatre profils. Il n'est cependant pas du tout garanti que cela soit suffisant pour atteindre 100 m de pénétration, mais c'est déjà nécessaire.

2) On peut proposer que la zone bleue, de résistivité environ 300  $\Omega \cdot m$ , est une aquifère, et que la zone violette, de résistivité environ 900  $\Omega \cdot m$ , est une zone insaturée du même milieu surmontant l'aquifère. Pour tester cette hypothèse, utilisons les relations (1) de l'exercice 5. . Il se trouve qu'on connaît ici la résistivité de l'eau, qui est  $1/(500 \times 10^{-4}) = 1/0.05 = 20 \Omega \cdot m$ . On trouve que la porosité est alors :

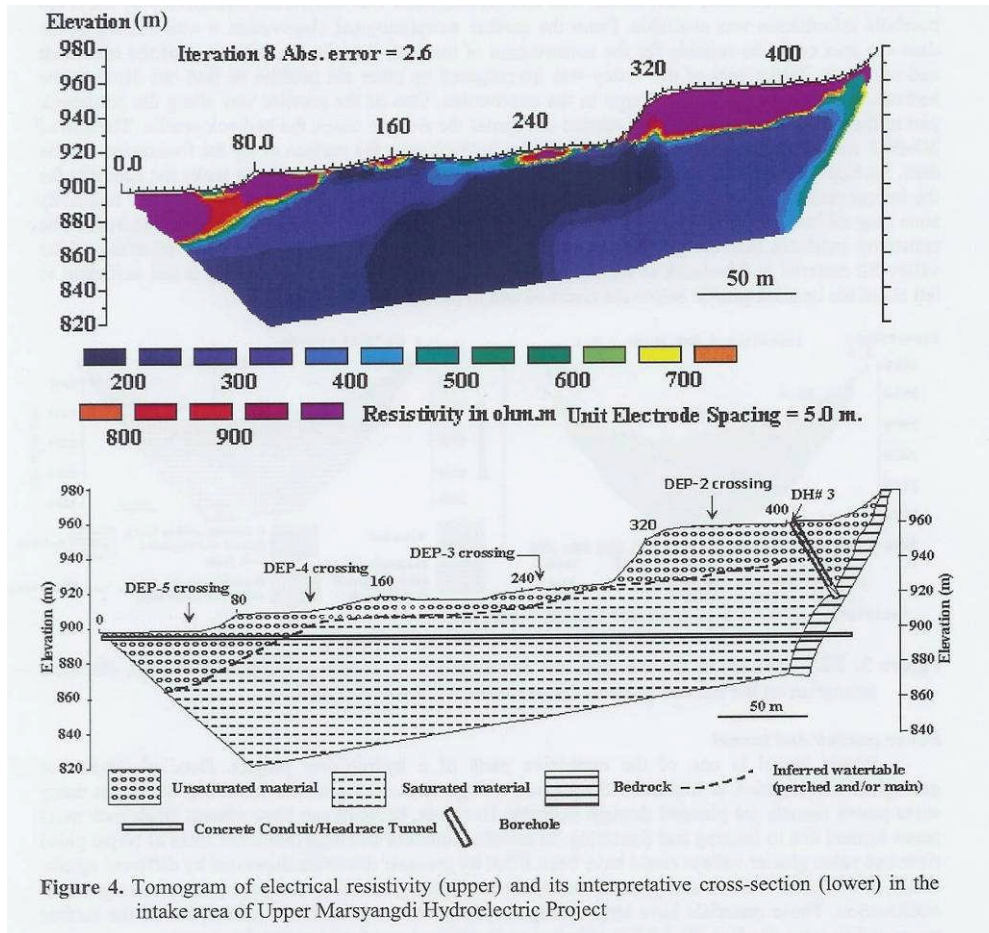
$$\phi = \sqrt{20 \frac{4}{3} \left( \frac{1}{300} - \frac{1}{900} \right)} \cong 0.24, \quad (1)$$

et la conductivité de surface :

$$\sigma_s = \frac{1}{3} \left( \frac{4}{900} - \frac{1}{300} \right) \cong 4 \text{ mS/m}. \quad (2)$$

Ces valeurs sont tout à fait raisonnables.

L'auteur propose une interprétation plus détaillée, issue de multiples observations de terrain :



**n°7:**

Voir chapitre 5. La résistivité apparente MT à une fréquence  $f$  est donnée par la deuxième formule de Cagniard :

$$\rho_{MT} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{f} \times \left| \frac{E}{B} \right|^2, \quad (1)$$

où la variation électrique  $E$  est exprimée en mV/km et la variation magnétique  $B$  en nT.

À 10 Hz, on a donc :

$$\rho_{MT} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{10} \times \left| \frac{2}{0.01} \right|^2 = \underline{200 \Omega \cdot m}, \quad (2)$$

et, à 1 kHz :

$$\rho_{MT} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{1000} \times \left| \frac{5}{1} \right|^2 = \underline{50 \Omega \cdot m}. \quad (3)$$

Les profondeurs de pénétration sont données par la première formule de Cagniard :

$$\lambda_{MT} = 500 \sqrt{\frac{\rho_{MT}}{f}} = 500 \sqrt{\frac{200}{10}} \cong \underline{2.2 \text{ km}} \quad (4)$$

à 10 Hz et, à 1 kHz :

$$\lambda_{MT} = 500 \sqrt{\frac{50}{1000}} \cong \underline{112 \text{ m}} \quad (5)$$

**n°8:**

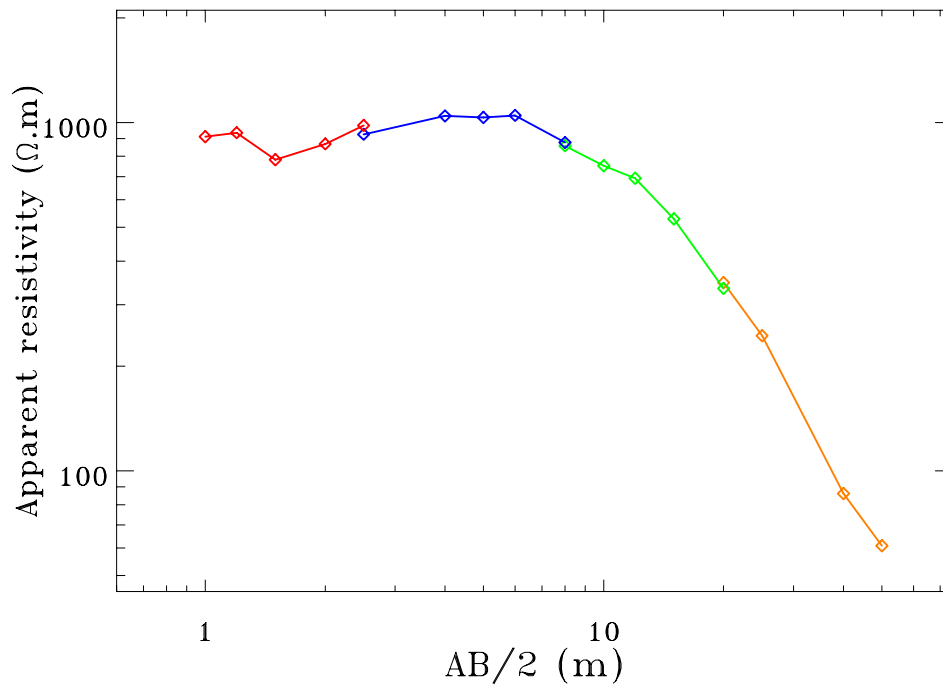
La résistivité apparente d'une configuration Schlumberger est donnée par:

$$\rho_{app} = \frac{\pi(a^2 - m^2)V}{2m I} \quad (1)$$

Le calcul des résistivités apparentes pour le profil considéré est effectué dans le tableau ci-dessous.

$a=AB/2$ (m)	$m=MN/2$ (m)	$I$ (mA)	$V$ (mV)	$\frac{\pi(a^2 - m^2)}{2m}$	$\rho_{app}$ ( $\Omega \cdot m$ )
1	0.2	10	1210	7.54	912
1.2	0.2	10	850	11.0	935
1.5	0.2	10	451	17.4	783
2	0.2	10	279	31.1	868
2.5	0.2	10	201	48.8	980
2.5	0.4	10	387	23.9	926
4	0.4	10	168	62.2	1045
5	0.4	20	212	97.5	1034
6	0.4	20	149	141	1048
8	0.4	50	175	251	877
8	0.8	50	345	124	858
10	0.8	100	385	195	751
12	0.8	100	246	281	692
15	0.8	50	60	441	529
20	0.8	50	21.3	784	334
20	1.6	100	89	390	347
25	1.6	50	20	611	244
40	1.6	20	1.1	1568	86
50	1.6	20	0.5	2452	61

On constate que les valeurs de résistivité apparente pour le même  $a$  quand deux valeurs de  $m$  sont disponibles (raccordements) sont en bon accord. La résistivité apparente est tracée en fonction de  $a$  dans la figure ci-dessous.



Pour  $a$  petit, donc au voisinage de la surface, la résistivité apparente est de l'ordre de  $900 \Omega \cdot m$ . Les modèles A, B et D sont donc à éliminer tout de suite. Dans le modèle C, on s'attend à ce que la résistivité apparente soit de l'ordre de  $900 \Omega \cdot m$  pour  $a$  petit, c'est ce qui observé, puis augmente légèrement quand  $a$  augmente car les lignes de courant commencent alors à traverser le milieu de résistivité  $1080 \Omega \cdot m$ . Pour  $a$  encore plus grand, la résistivité doit ensuite diminuer et tendre progressivement vers des valeurs de l'ordre de  $50 \Omega \cdot m$ , ce qui correspond probablement à la nappe phréatique. Ce modèle C semble donc qualitativement reproduire le comportement observé pour la résistivité apparente en fonction de  $a$ . Cette appréciation initiale sera à confirmer par une étude plus sérieuse, par exemple à l'aide du logiciel RESIST87.

Remarque: Ces données ont été acquises dans le piedmont de l'Himalaya, à Lal, en 2006.

### **n°9:**

Voir cours chapitres 4 et 5 ! CO signifie Common Offset, et CMP Common Mid Point.

Penser à indiquer les paramètres physiques que mesurent ces méthodes, et à comparer l'ordre de grandeur des vitesses de propagation. Il faut bien signaler qu'en radar, la première onde vient par l'air (à la vitesse de la lumière) alors qu'en sismique, l'onde par l'air est lente (vitesse du son !). Une autre conséquence de ce fait est que le radar est affecté par toutes sortes de réflexions parasites dues aux objets présents en surface. Comparer aussi les résolutions et les profondeurs de pénétration.

### **n°10:**

Mme C fournit deux affirmations contradictoires : si la diffusivité thermique sur ce site est  $10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ , alors la longueur de pénétration de l'onde diurne n'est pas 1 m mais  $\lambda = \sqrt{kT/\pi} \cong \sqrt{10^{-5} \times 3 \times 10^7 T / \pi} \cong \sqrt{10^2}$  soit 10 m. Il est vraisemblable d'ailleurs que la diffusivité thermique n'est pas la valeur indiquée, mais peu importe. Donc l'un des deux mensonges de Mme C est l'une de ses deux affirmations C1 et C2 contradictoires. Donc ses affirmations C3 et C4 sont vraies. Le coupable n'est donc ni C ni D. Donc l'affirmation A2 est le mensonge de Mr. A, donc A4 est vrai, donc le coupable n'est pas non plus A. Par conséquent, le coupable est Mr. B!