

AOC TD

Exercice 1 :

On souhaite étudier les variations de température sur Mars, en prenant en compte l'inertie du sol. On rappelle les équations de conduction de la chaleur, avec :

$$Q = -K_T \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial z} = K_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

1) On suppose que la température de surface varie sous la forme (complexe)

$$\theta(t) = \theta_0 e^{i\omega t}$$

Calculer la variation de température à une profondeur z . Montrer que cette dernière décroît avec une distance caractéristique appelée épaisseur de peau

$$L_T = \sqrt{\frac{2K_T}{\omega \rho C_p}}$$

2) On suppose que le flux solaire sur Mars est de 589 W/m^2 . On suppose que la nuit, elle est en équilibre avec un ciel de 120 K . Quelle est la température le jour ? la nuit ? (on supposera ici que le jour ou la nuit sont « éternels »). De quoi dépend la température du ciel la nuit ? On prendra un albédo de 0.25 dans les deux cas

3) On suppose que les variations de températures sont faibles devant la température absolue et que l'on peut donc écrire que

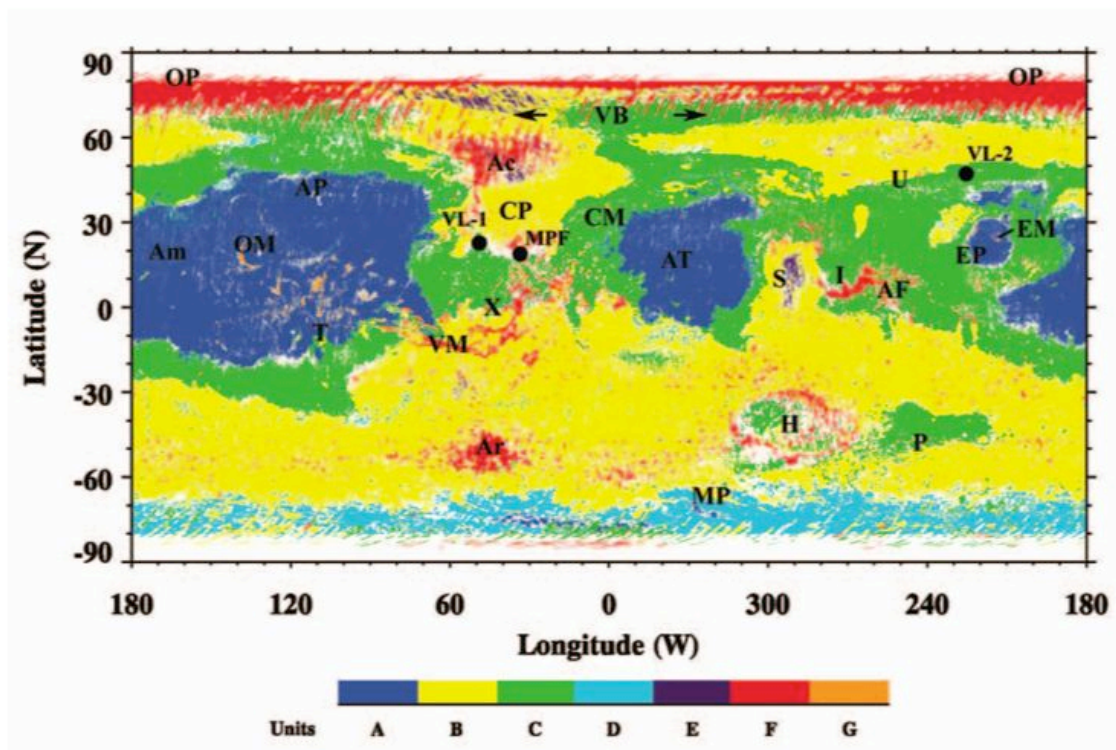
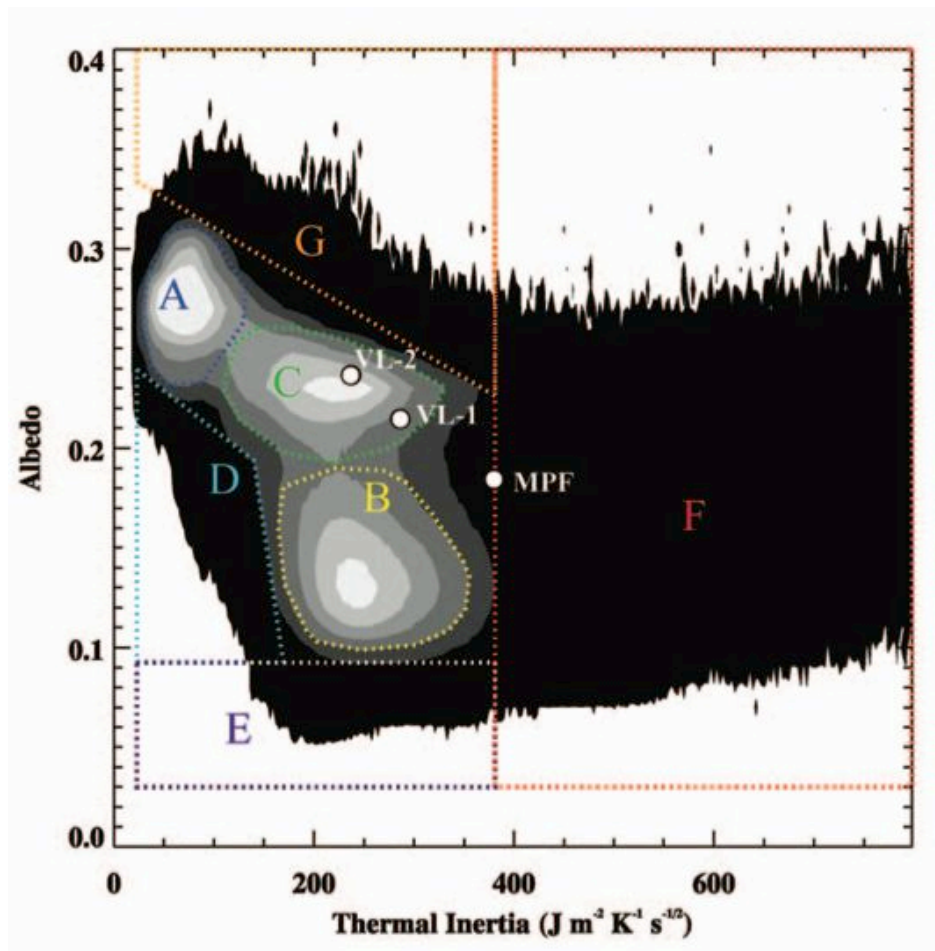
$$\sigma T^4 = \sigma T_0^4 + 4\sigma T^3 \theta$$

où θ est la variation de température et T_0 la température moyenne. On notera Φ le flux solaire ou du ciel. Ecrire l'équation d'équilibre de la surface lorsque le flux de chaleur vers la subsurface est pris en compte.

4) On approxime le flux solaire à une fonction périodique $\Phi(t) = \Phi_0 e^{i\omega t}$. Comment varie la température de surface lorsqu'on néglige la subsurface. Montrez que la température de surface varie moins lorsque la subsurface est prise en compte, et que cette température dépend d'un terme LT appelé inertie thermique et défini par

$$L_T = \sqrt{K_T \rho C_p}.$$

La figure 1 montre les variations typiques de l'inertie thermique de Mars en fonction des terrains, et la figure 2 montre une carte de ces terrains. Calculer les variations de températures pour quelques terrains caractéristiques. Que se passe-t-il pour une planète qui tourne beaucoup moins vite ? On prendra l'exemple de la Lune.



Exercice 2

On considère un scénario d'accrétion homogène d'une planète sphérique, où la planète se constitue par apport progressif de planétésimaux de densité ρ . Son rayon croît en fonction du temps suivant le modèle

$$r(t) = r_0(1 - e^{-t/T}),$$

où $r(t)$ est le rayon à l'instant t et T un temps caractéristique de croissance de la planète. On prendra $T=20$ millions d'années.

1) On suppose que la température de la planète à sa surface lors de son accrétion est en équilibre radiatif et que la puissance rayonnée par unité de surface est donnée par la loi du corps noir :

$$\Phi_s = \varepsilon \sigma T_s^4,$$

où Φ_s est la puissance rayonnée, T_s la température de surface et $\sigma=5.57 \cdot 10^{-8}$ SI la constante de Stefan et ε l'émissivité effective. Montrer que la température de surface vérifie la relation

$$T_s(t) = \left(T_p^4 + \frac{dr}{dt} \frac{\rho G M(t)}{\varepsilon \sigma r(t)} \right)^{1/4},$$

et qu'elle atteint un maximum lors de la croissance de la planète. T_p est la température initiale des planétésimaux, que l'on supposera faible et G la constante de gravitation $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ SI. On néglige le rayonnement du Soleil et on ne prend en compte que celui des planétésimaux de la nébuleuse

2) Quel est l'accroissement de température de la planète lorsque l'émissivité est de 1. Est-elle suffisante pour conduire à la formation d'un noyau ? Proposer alors des sources d'énergies supplémentaires. On prendra l'exemple de la Terre, avec des valeurs réalistes pour la densité moyenne ρ et le temps caractéristique T d'accrétion (à ne pas confondre avec la durée d'accrétion). Pourquoi peut-on négliger la radioactivité ?

3) On admettra qu'en présence d'une atmosphère, le flux rayonné par la planète peut s'écrire sous la forme

$$\Phi_s = \frac{\sigma T_s^4}{1 + \frac{3kP_s}{4g}},$$

où P_s est la pression à la surface, k le coefficient d'absorption de l'atmosphère et g la gravité. On supposera que l'atmosphère est isotherme et que la pression varie suivant une échelle de hauteur H .

3a) Quelle est la hauteur d'échelle pour une atmosphère isotherme ? dans les deux cas, l'on supposera la gravité de Vénus constante

$$P(z) = P_0 e^{-z/H}.$$

3b) Quelle est l'émissivité effective ε de la planète en fonction de son épaisseur optique, $\tau = k\rho_s H$, où ρ_s est la densité de l'atmosphère.

4) L'épaisseur optique de Vénus est de l'ordre de 440. Quelle est l'effet d'une telle atmosphère sur la température de surface lors de l'accrétion d'une planète. On suppose enfin que les roches se déshydratent à des températures supérieures à 900K et fondent à des températures de 1500K. On suppose aussi qu'à pression comparable, une atmosphère de CO_2 humide a une épaisseur optique plus élevée que celle de Vénus. Proposer et quantifier un scénario conduisant à la formation d'un océan de magma lors de la formation de la planète ? Estimer la taille de la planète lors de l'apparition de cet océan de magma