

# COURS DISPONIBLE SUR INTERNET

Serveur [step.ipgp.jussieu.fr](http://step.ipgp.jussieu.fr)

→ TICE

→ Serveur de Cours

# PLAN

1°) Energie et températures dans la Terre

**2°) Eléments de dynamique**

3°) Champ de pesanteur

4°) Mesure de la déformation

5°) Sismologie et tremblements de terre

6°) Chimie des roches

# Chapitre 2

## Eléments de dynamique terrestre

## Objectif:

identifier et calculer les contraintes  
(et les forces) mises en jeu.

## Rappel

Le principe fondamental de la dynamique:

$$\sum \vec{F} = m \vec{\gamma} \text{ (forces) } \text{ ET } \sum \vec{C} = \dots \text{ (moments)}$$

Dans la Terre solide, l'accélération est faible.

Analyse grossière à l'aide de valeurs caractéristiques

Echelle de vitesse  $U$

Echelle de distance  $L$

Echelle de temps  $L/U$

Forces de frottement visqueux  $S \times \tau = L^2 \mu U/L$

Terme d'accélération  $m \gamma = \rho L^3 U/(L/U)$

Forces de frottement visqueux  $S \times \tau = L^2 \mu U/L = \mu L U$

Terme d'accélération  $m \gamma = \rho L^3 U/(L/U) = \rho L^2 U^2$

$$\text{Rapport } \mathbf{Re} = \frac{\text{Accélération}}{\text{Frottement}} = \frac{\rho L^2 U^2}{\mu L U} = \frac{\rho L U}{\mu}$$

(Nombre de Reynolds)

## Application numérique:

$$U = 3,15 \text{ cm/an} = \frac{3,15 \cdot 10^{-2}}{3,15 \cdot 10^7} \approx 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$$

$$L \approx 1000 \text{ km} \approx 10^6 \text{ m}$$

$$\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\mu = 10^{21} \text{ Pas}$$

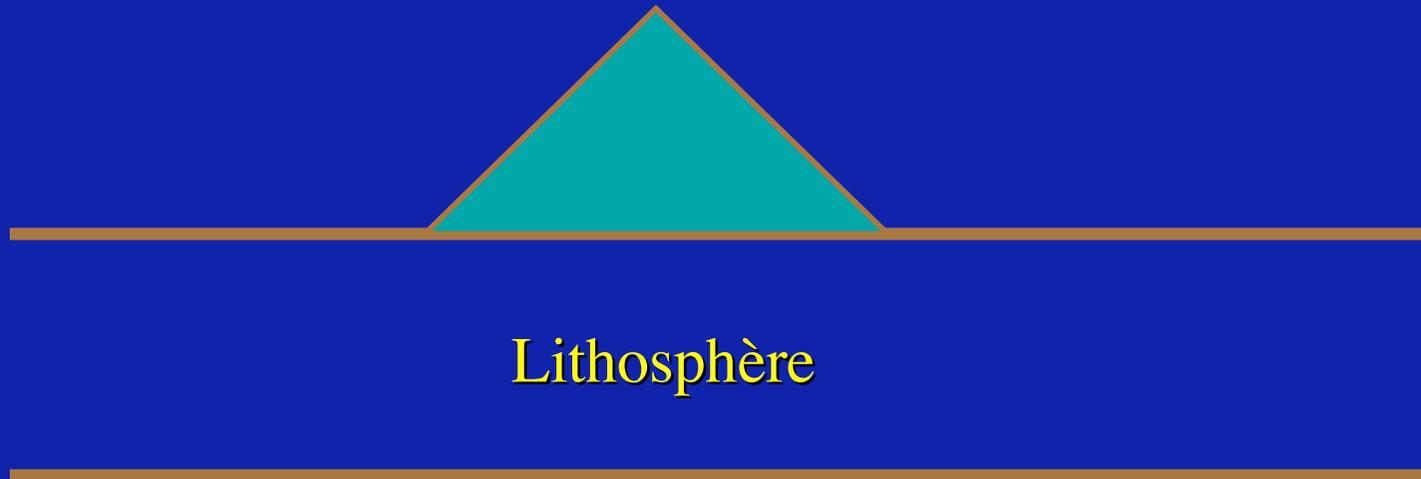
$$\text{Re} \approx 3 \cdot 10^{-21} \ll 1$$

# CONCLUSION

Les termes d'accélération sont négligeables  
dans la Terre solide  
et donc

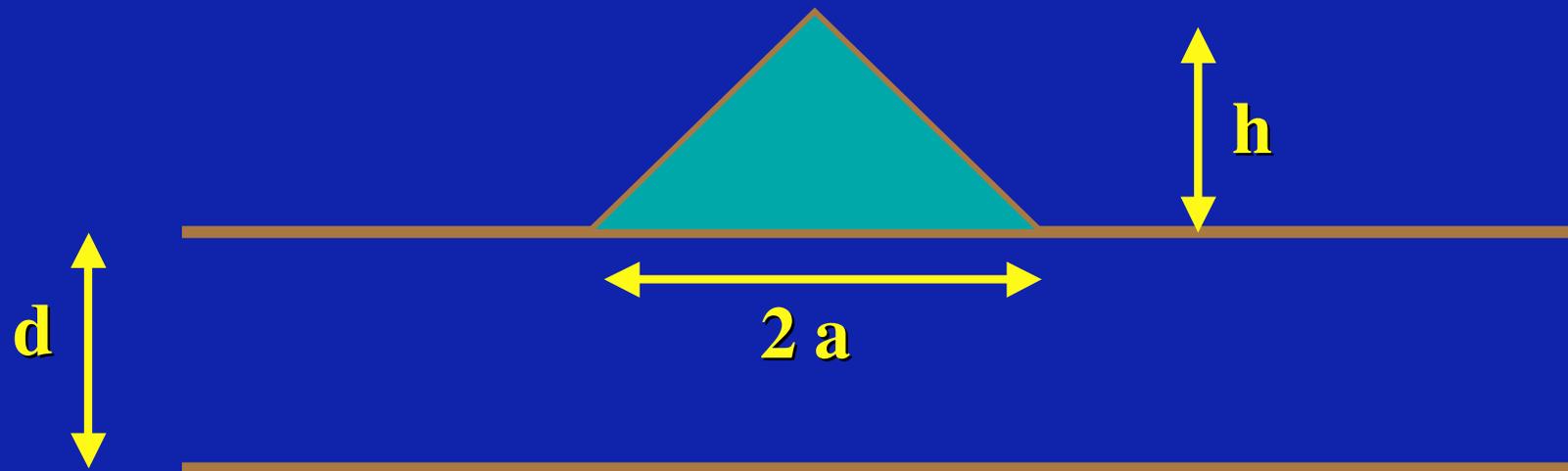
$$\sum \vec{F} \approx \vec{0}$$

**a. CHARGES DE SURFACE  
ET CONTRAINTES INDUITES.  
(édifice volcanique)**

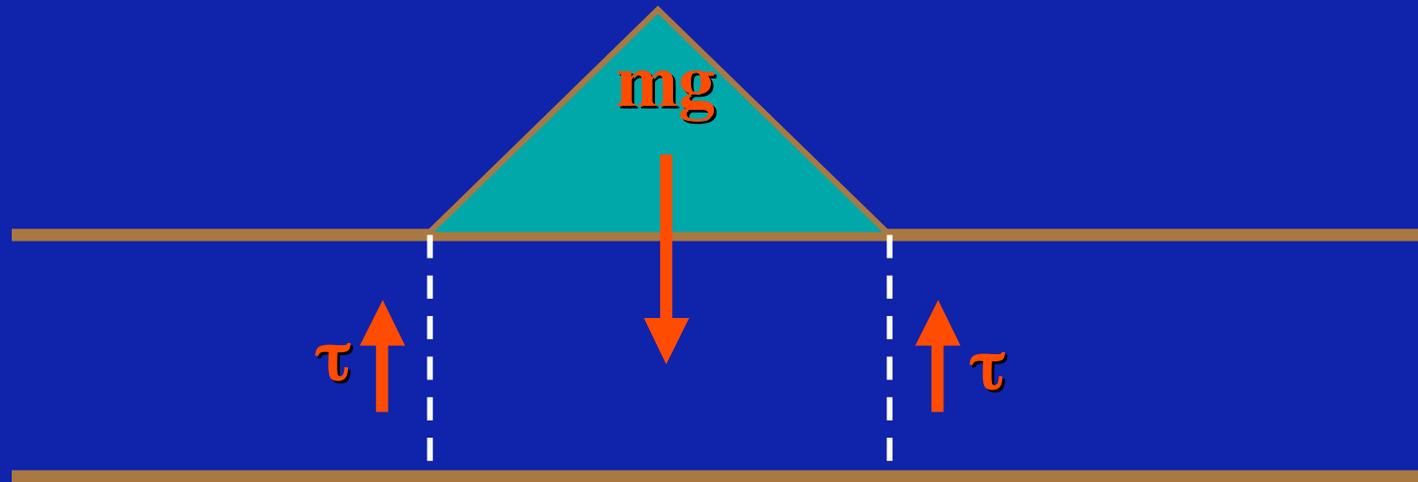




Mount St. Helens (U.S.A.)



Equilibre du système des forces:  
poids de l'édifice + effort "tranchant" dans la lithosphère = 0



$\tau$  est la contrainte cisailante induite dans la lithosphère, qui s'applique sur une surface  $S = 2 \pi a d$ .

Note: on suppose que la base de la lithosphère ne fléchit pas (pas de compensation isostatique).

Projetant les forces sur l'axe vertical:

$$- m g + \tau S = 0$$

$$\tau = \frac{m g}{S} = \frac{1/2 \pi a^2 h \rho g}{2 \pi a d} = \frac{a}{4 d} \rho g h$$

$\tau$  ↗ quand  $a$  ↗  
 $h$  ↗ (taille de l'édifice)

$\tau$  ↘ quand  $d$  ↗ (épaisseur de la lithosphère)

Projetant les forces sur l'axe vertical:

$$- m g + \tau S = 0$$

$$\tau = \frac{m g}{S} = \frac{1/2 \pi a^2 h \rho g}{2 \pi a d} = \frac{a}{4 d} \rho g h$$

Pression  
à la base  
de l'édifice

$$\tau = \frac{mg}{S} = \frac{1/2 \pi a^2 h \rho g}{2 \pi a d} = \frac{a}{4 d} \rho g h$$

Application numérique:

$$\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$h = 4 \text{ km}$$

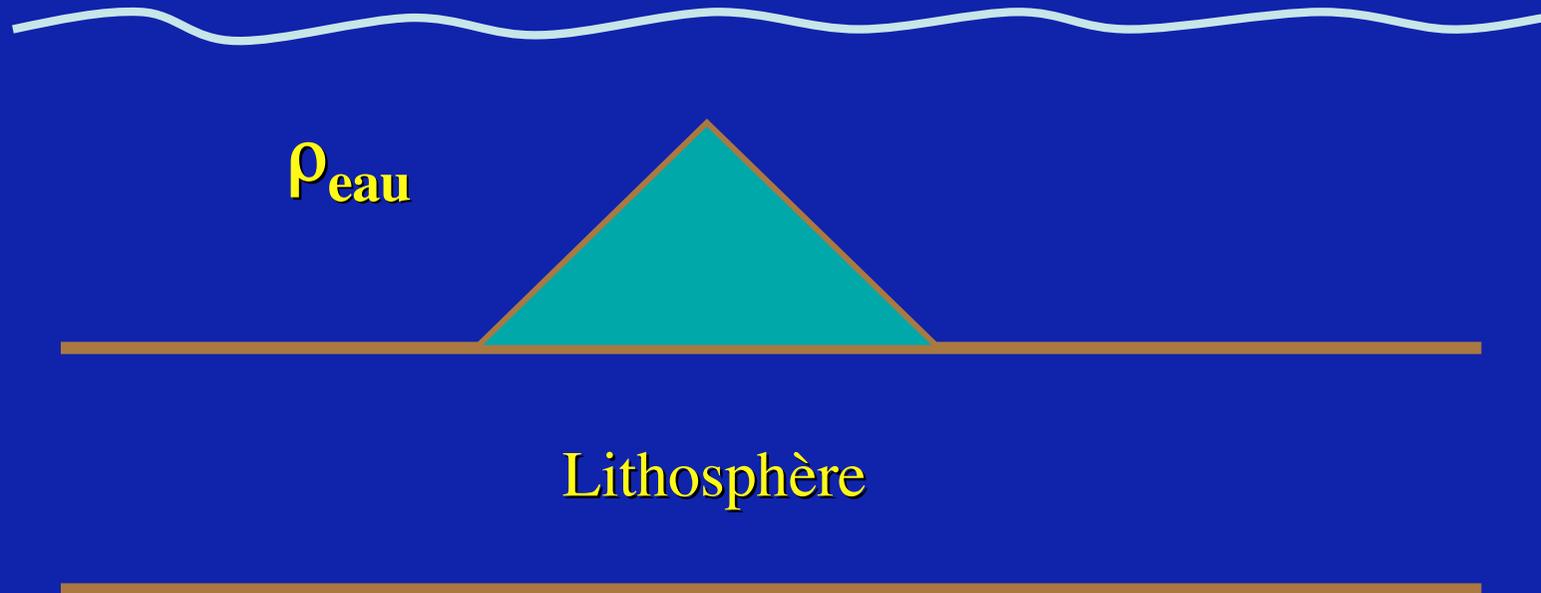
$$a = 40 \text{ km}$$

$$d = 100 \text{ km}$$

$$\tau = 80 \cdot 10^5 \text{ Pa (80 bars)}$$

(inférieur au seuil de rupture)

## Edifice volcanique sous l'eau



La surcharge est plus faible car il faut tenir compte de l'état initial avec l'eau:

$$\text{La surcharge est : } m' g = 1/2 \pi a^2 h (\rho - \rho_{\text{eau}}) g$$

$$\tau = \frac{mg}{S} = \frac{1/2 \pi a^2 h \rho g}{2 \pi a d} = \frac{a}{4 d} \rho g h$$

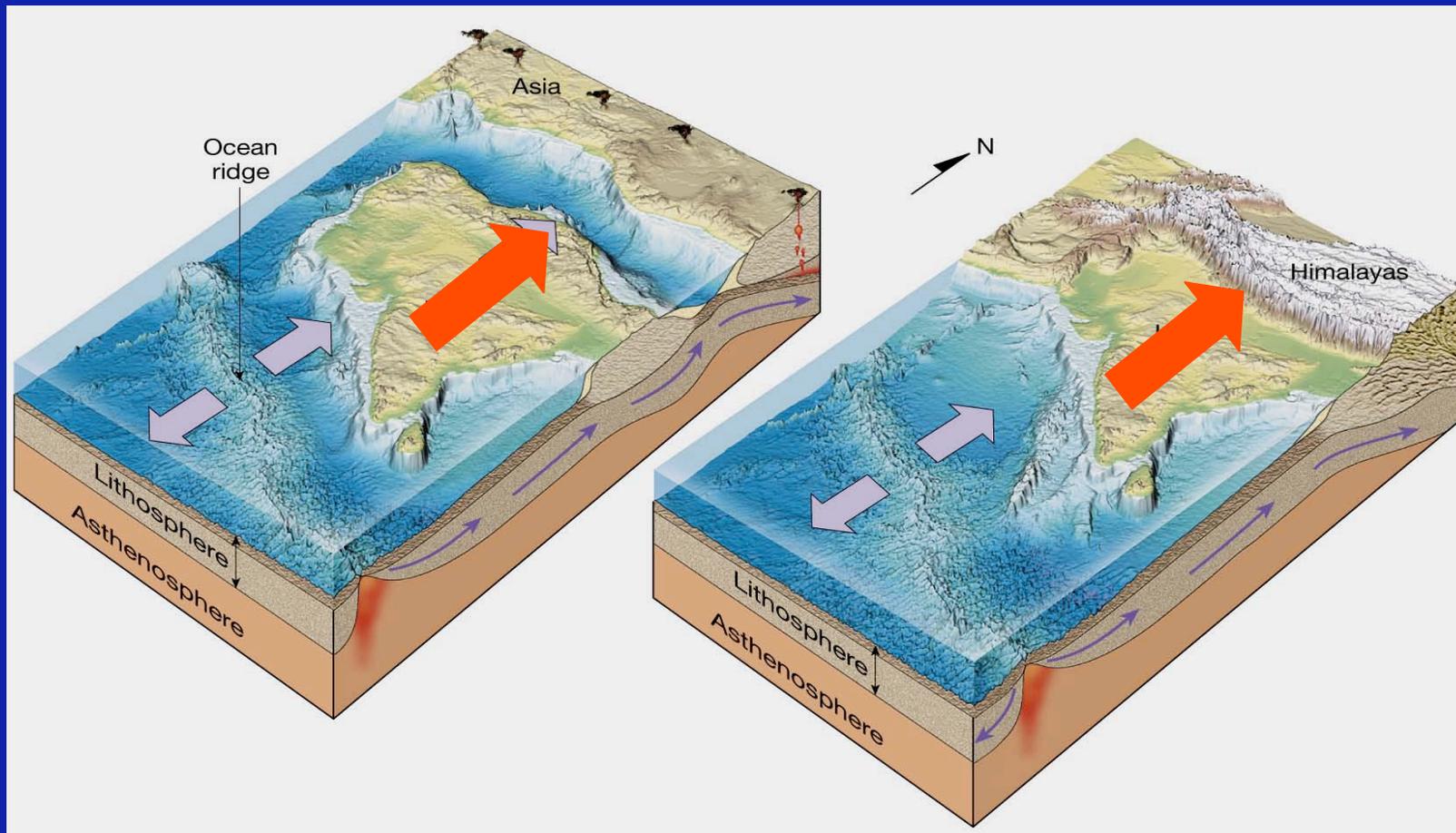
$\tau$  ↗ quand  $a$  ↗

Pour les grands reliefs ( $a > \approx 100$  km), l'équilibre décrit ci-dessus n'est plus possible: la valeur de  $\tau$  ne peut dépasser la résistance mécanique des roches.

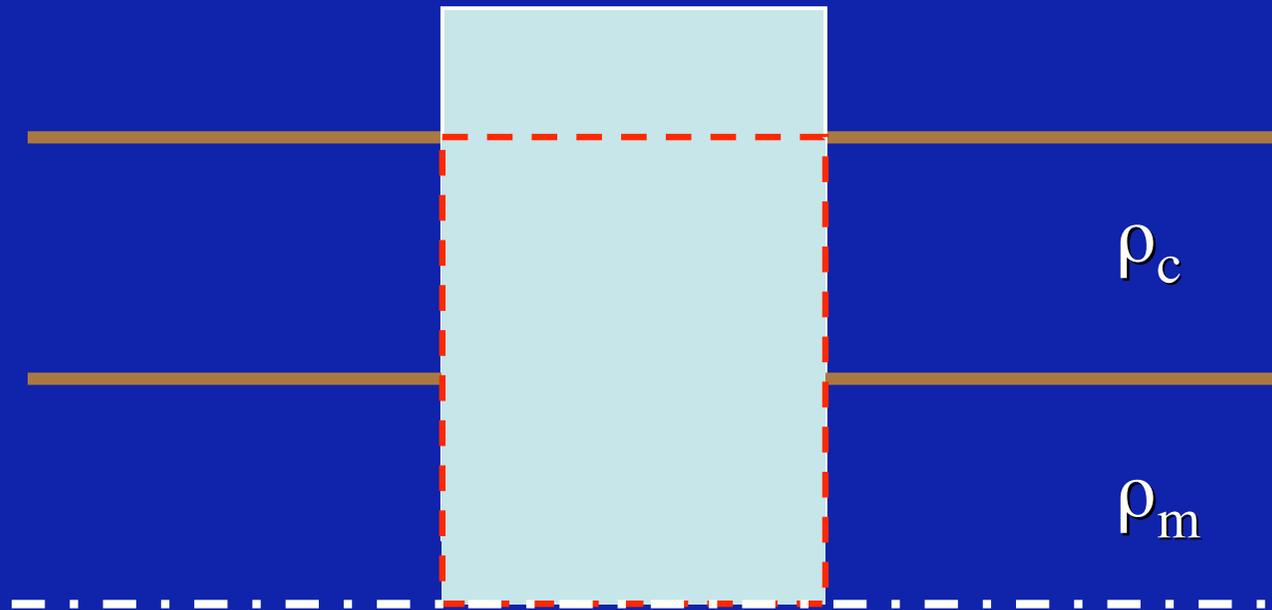
Il faut une force de rappel supplémentaire.

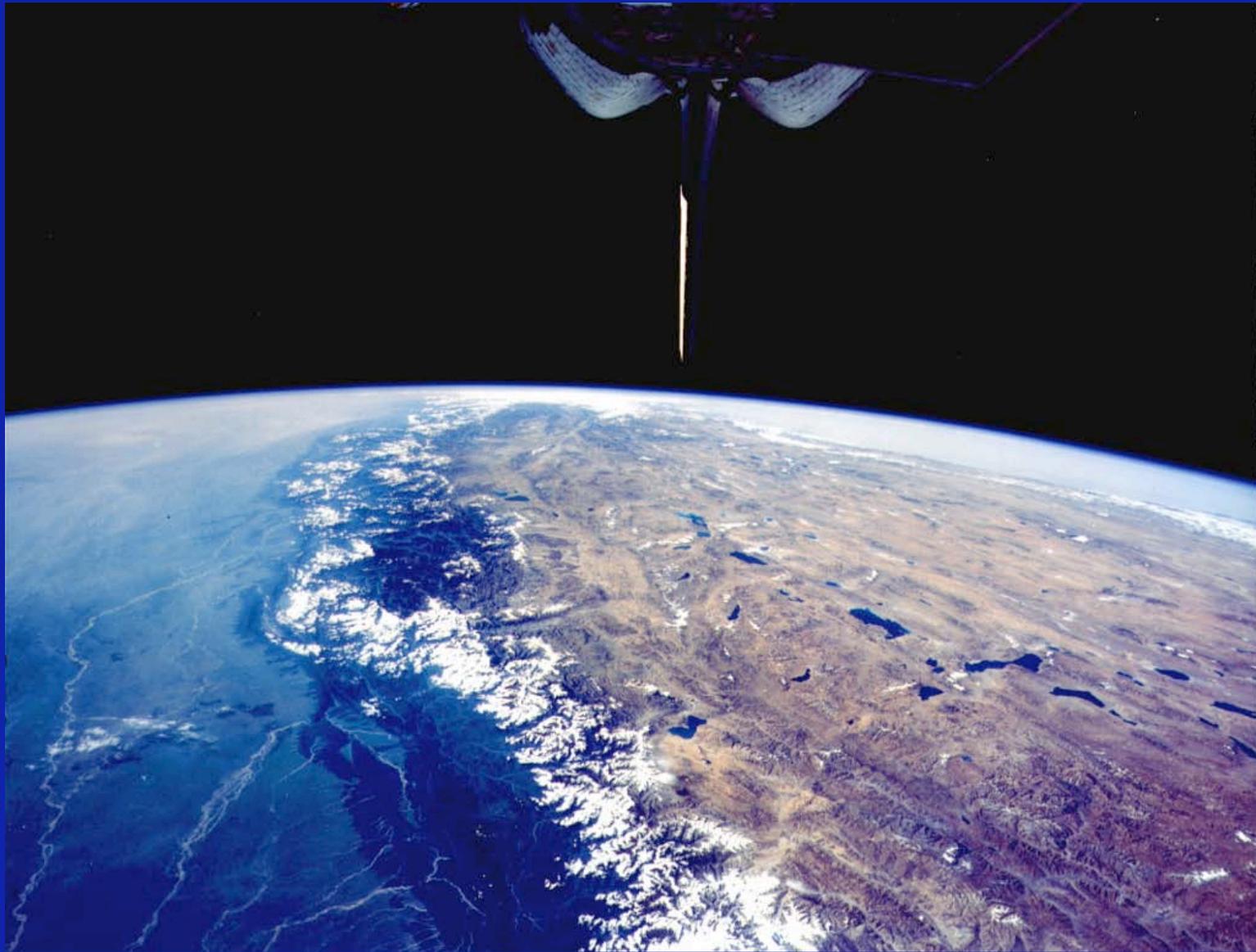
Dans ce cas, la lithosphère fléchit et on tend vers l'équilibre isostatique (réalisé pour  $a > \approx 400$  km).

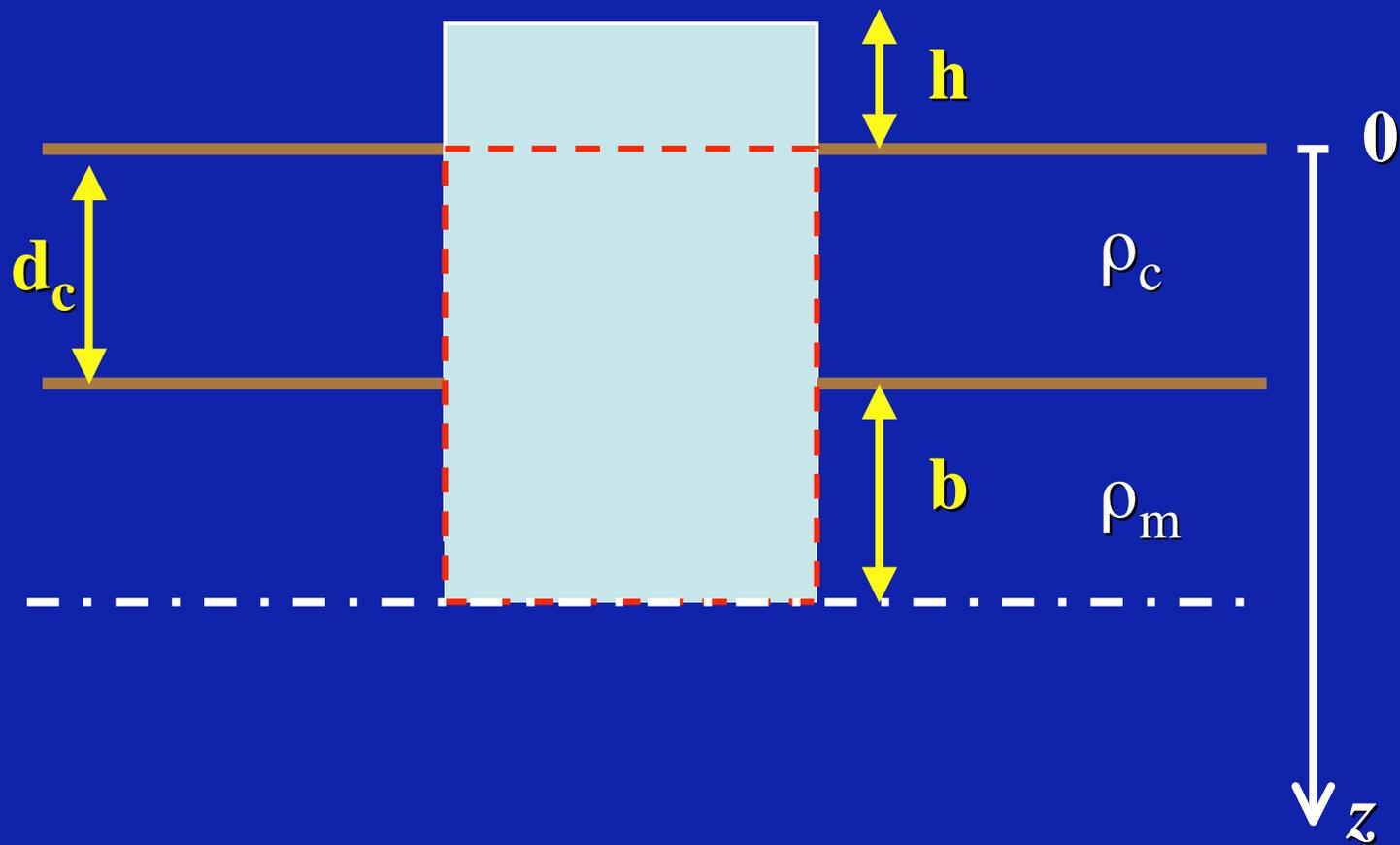
## b. Forces tectoniques.



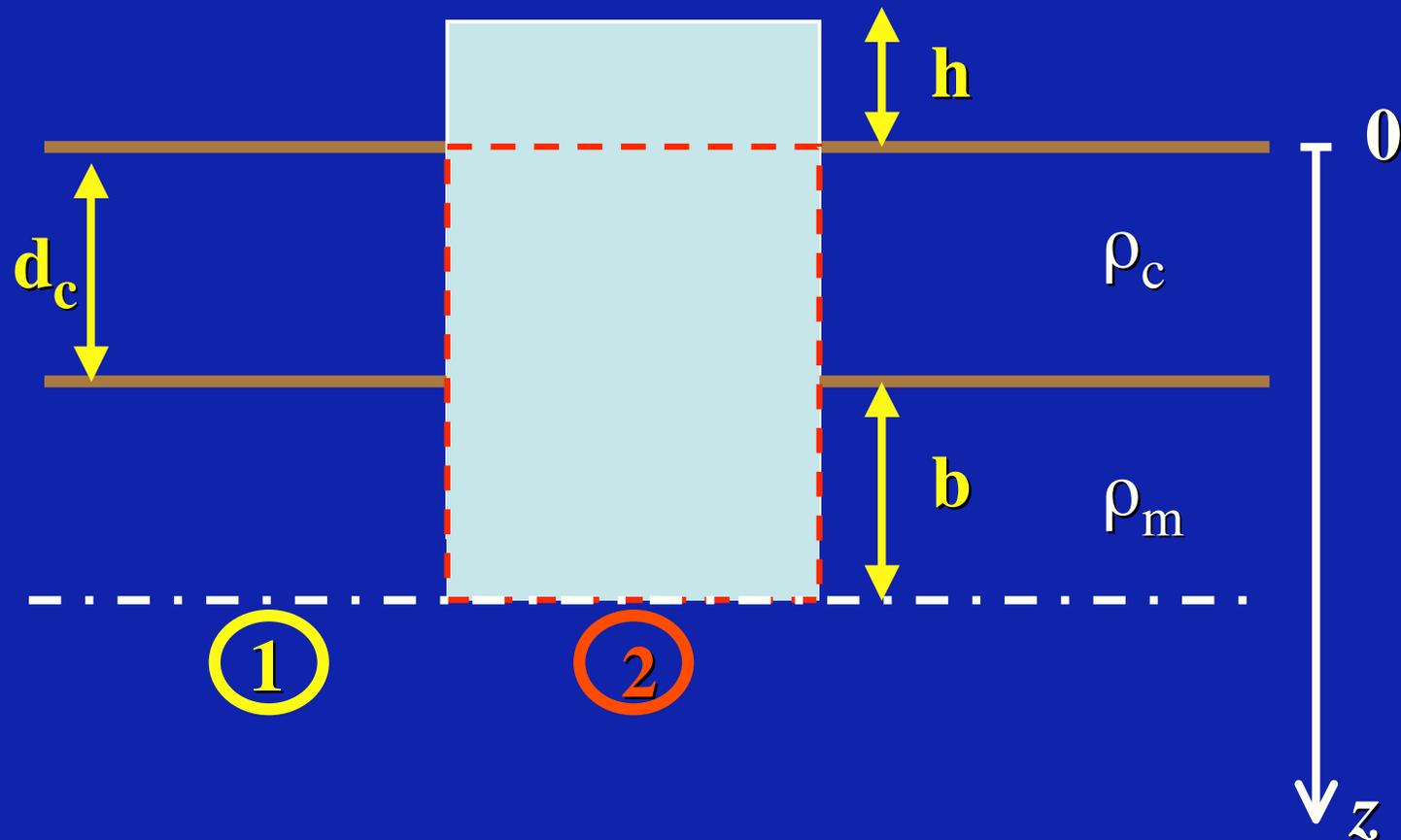
# Chaînes de montagnes : équilibre isostatique et poussée tectonique.







Egalité des pressions à la base des colonnes (1) et (2)



$$(\rho_c d_c + \rho_m b) g = \rho_c (h + d_c + b) g$$

$$(\rho_c d_c + \rho_m b) g = \rho_c (h + d_c + b) g$$

$$(\rho_m - \rho_c) b = \rho_c h$$

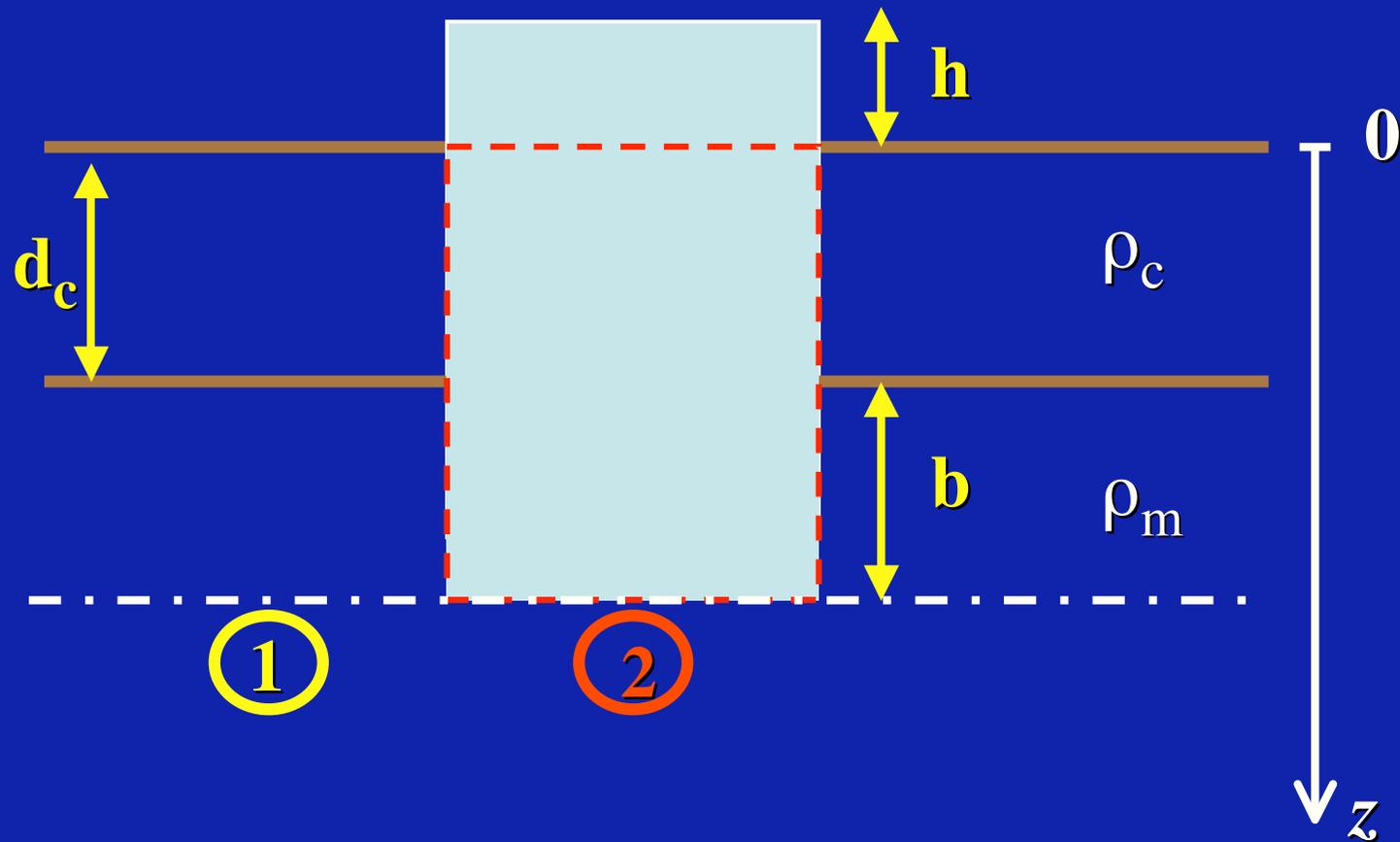
$$b = h \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c}$$

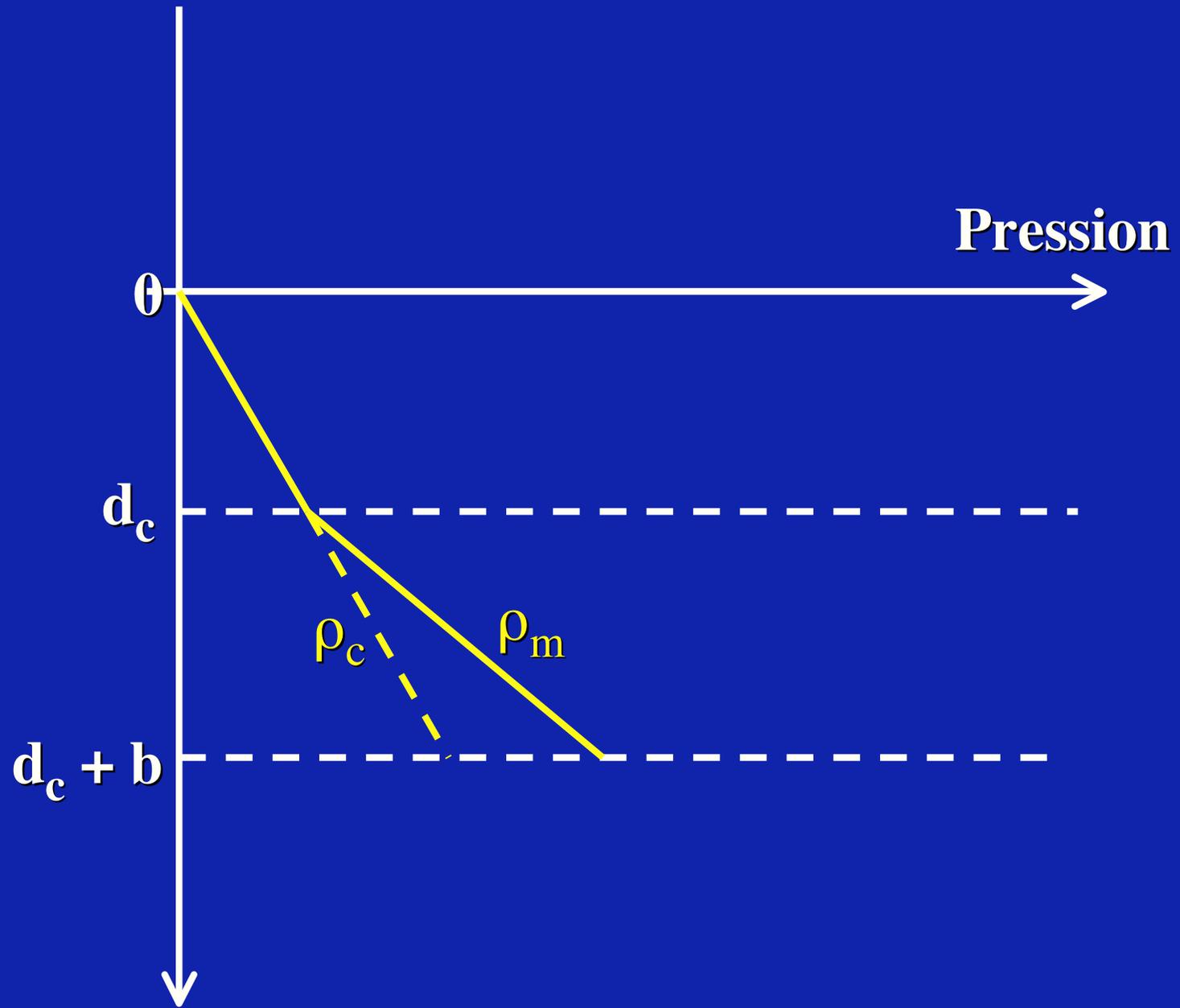
$$b = h \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c}$$

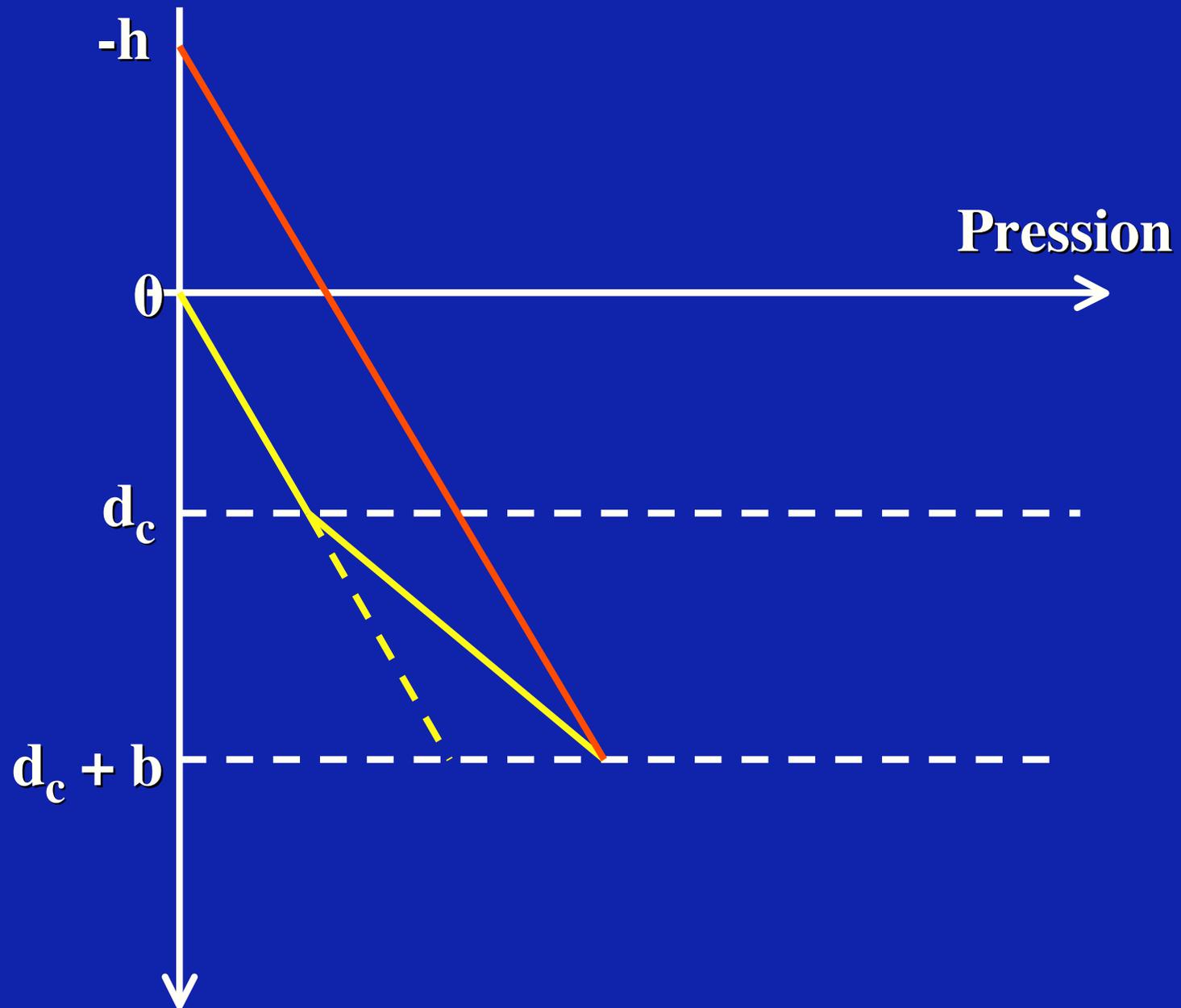
**ATTENTION :**  
**CETTE RELATION TRADUIT L'EQUILIBRE**  
**DES FORCES VERTICALES SEULEMENT.**

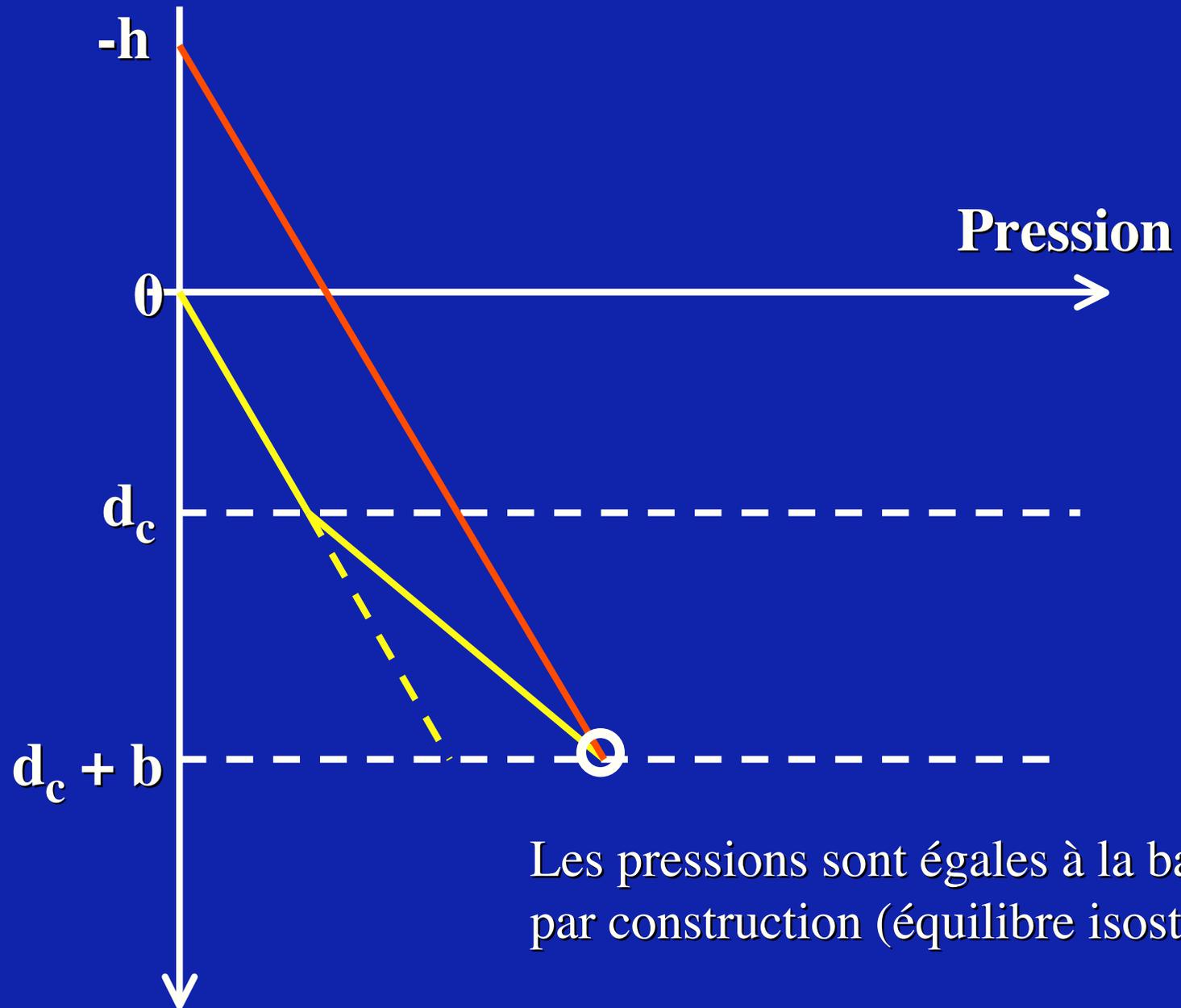
**QUID DES FORCES HORIZONTALES ???**

## Profils verticaux de la pression en (1) et en (2)

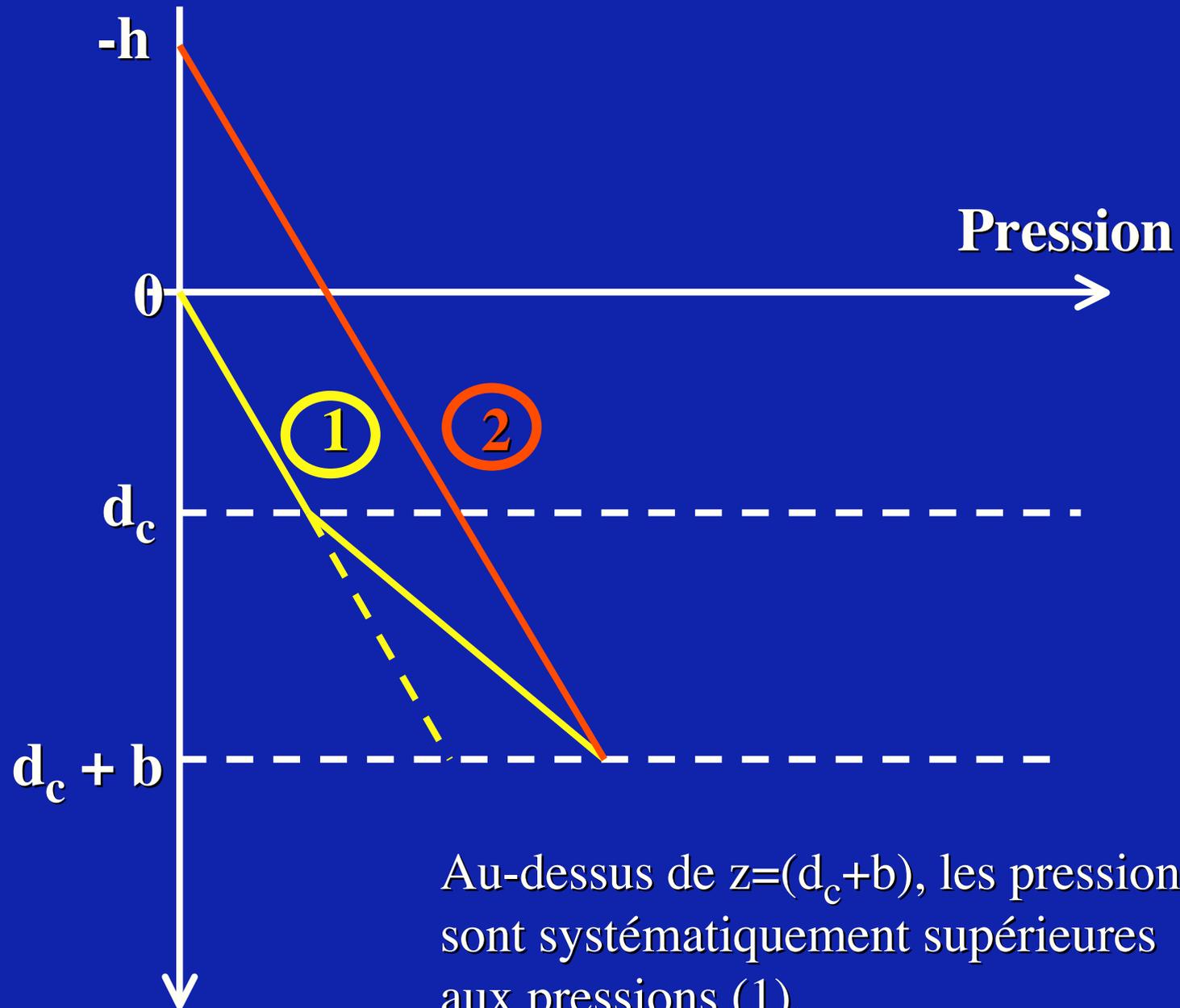




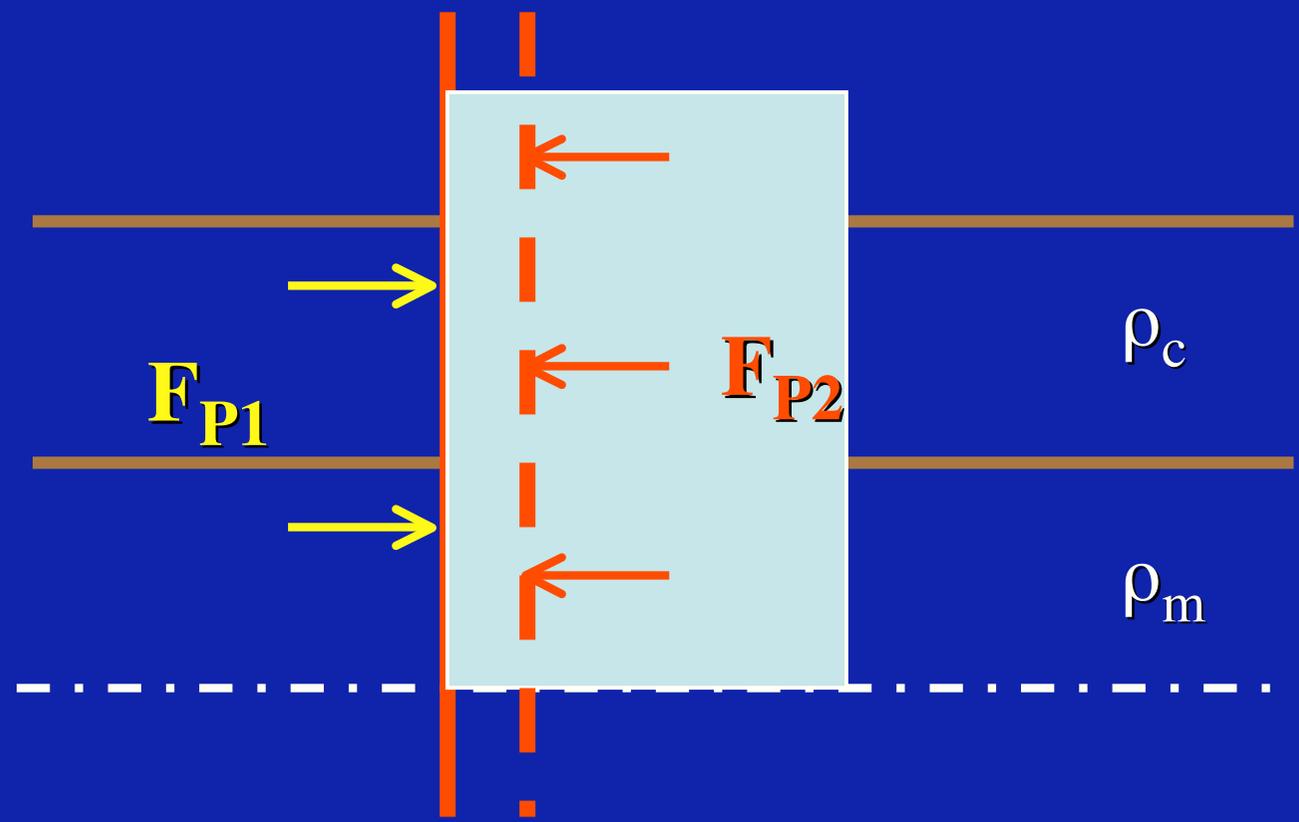




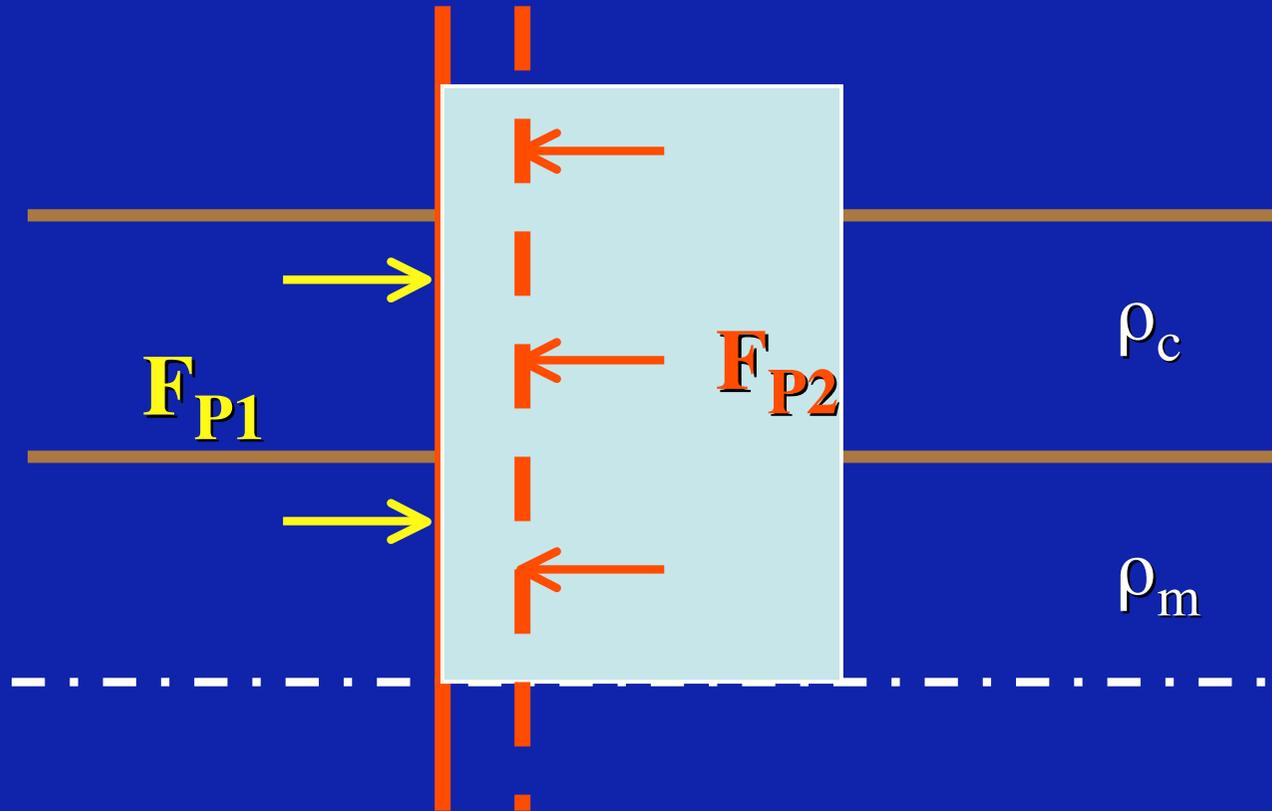
Les pressions sont égales à la base  
par construction (équilibre isostatique)

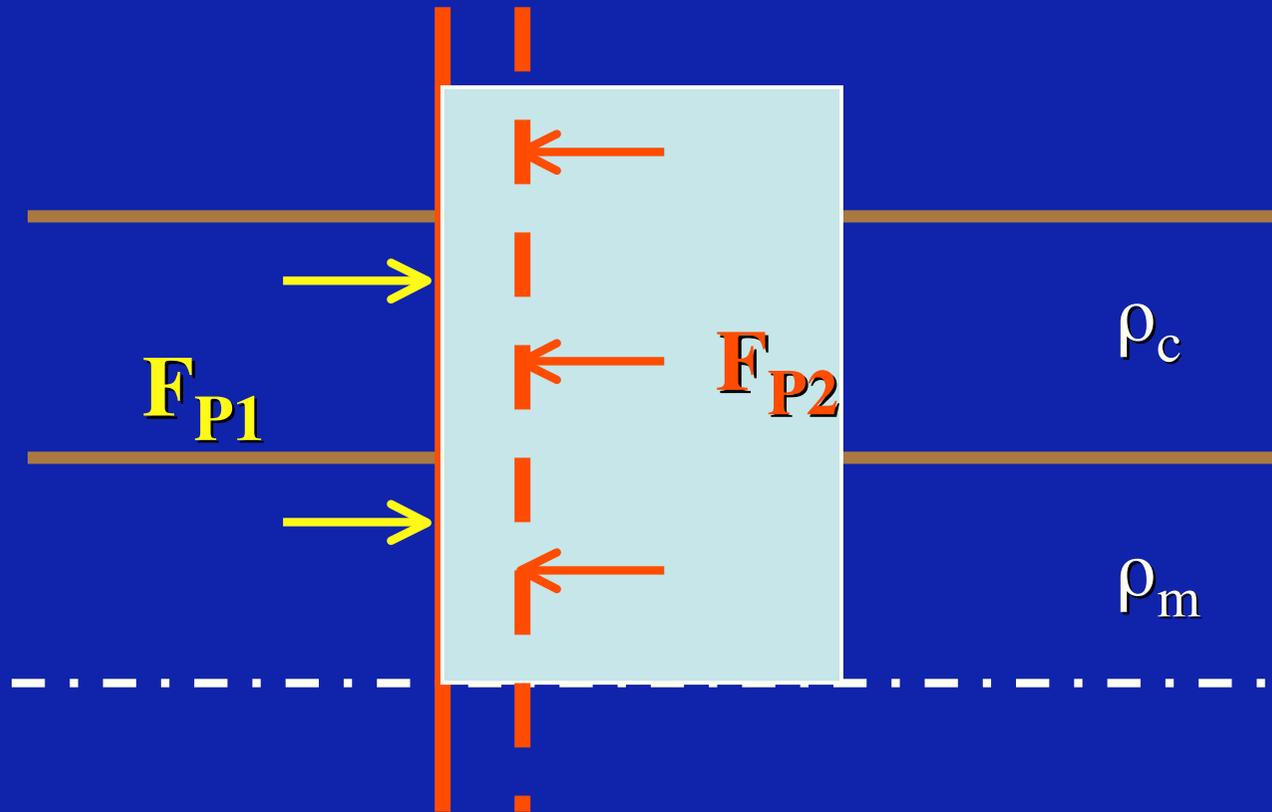


La pression exerce une force normale à toute surface.



La pression exerce une force normale à toute surface:  
forces horizontales sur une interface verticale.

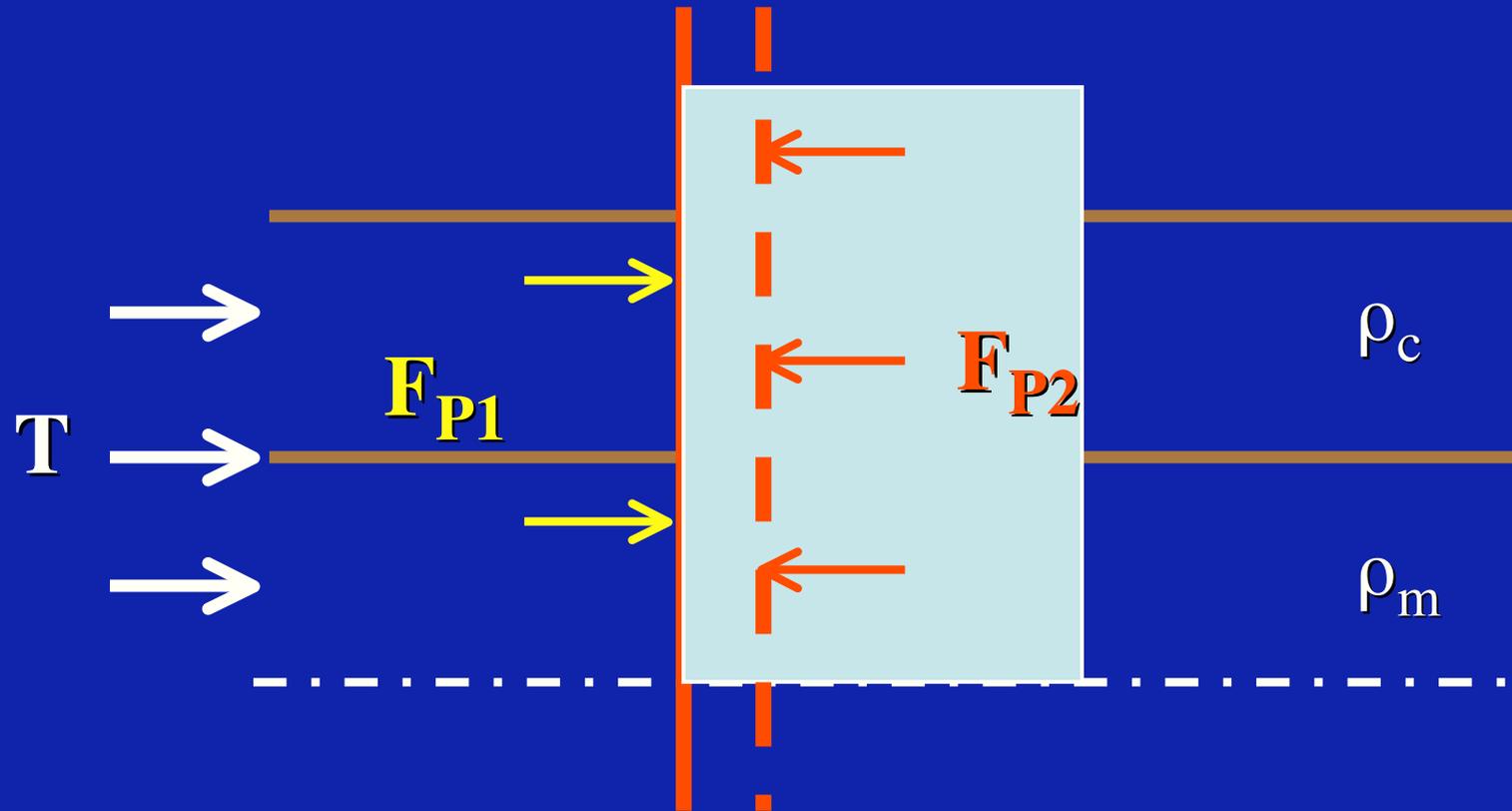


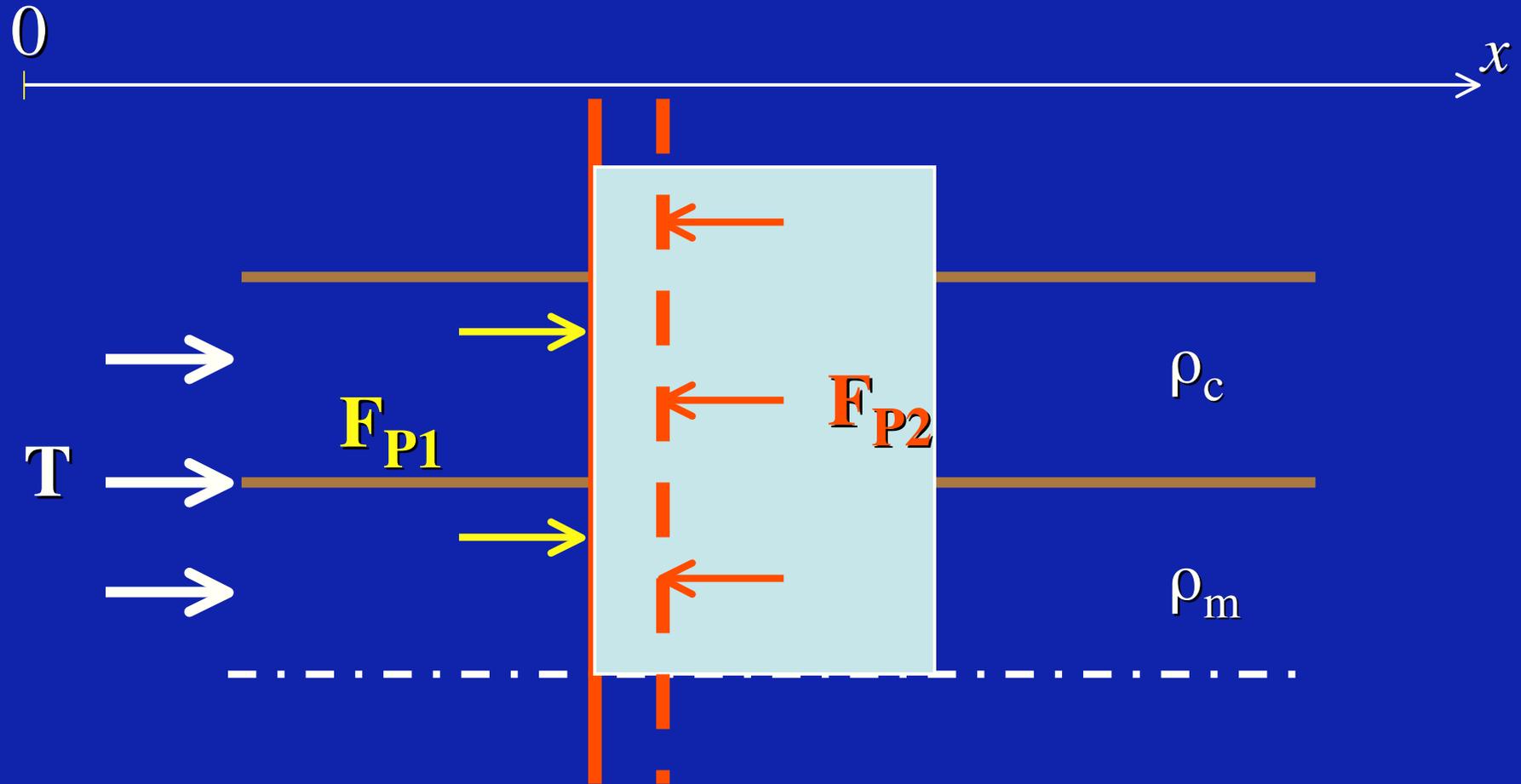


On a évidemment  $F_{P2} > F_{P1}$ .

Il manque une force pour respecter la condition d'équilibre.

# La force manquante : la poussée tectonique T !





On écrit l'équilibre horizontal (projection selon  $0x$ ):

$$T + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

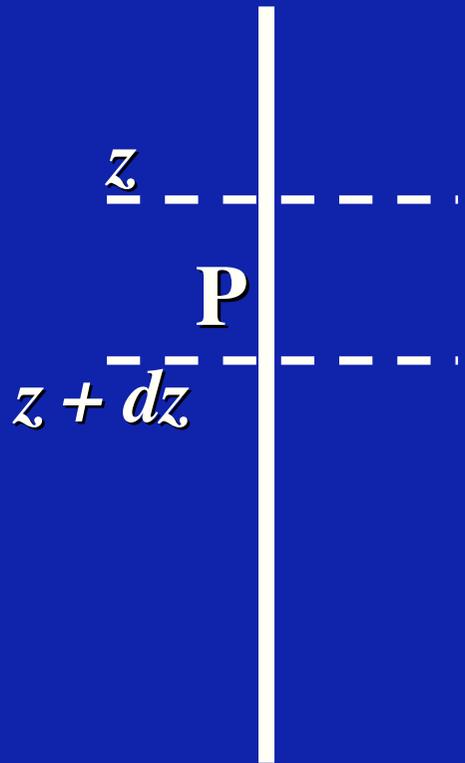
La relation d'équilibre

$$T + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

permet de calculer la poussée tectonique  $T (> 0)$ :

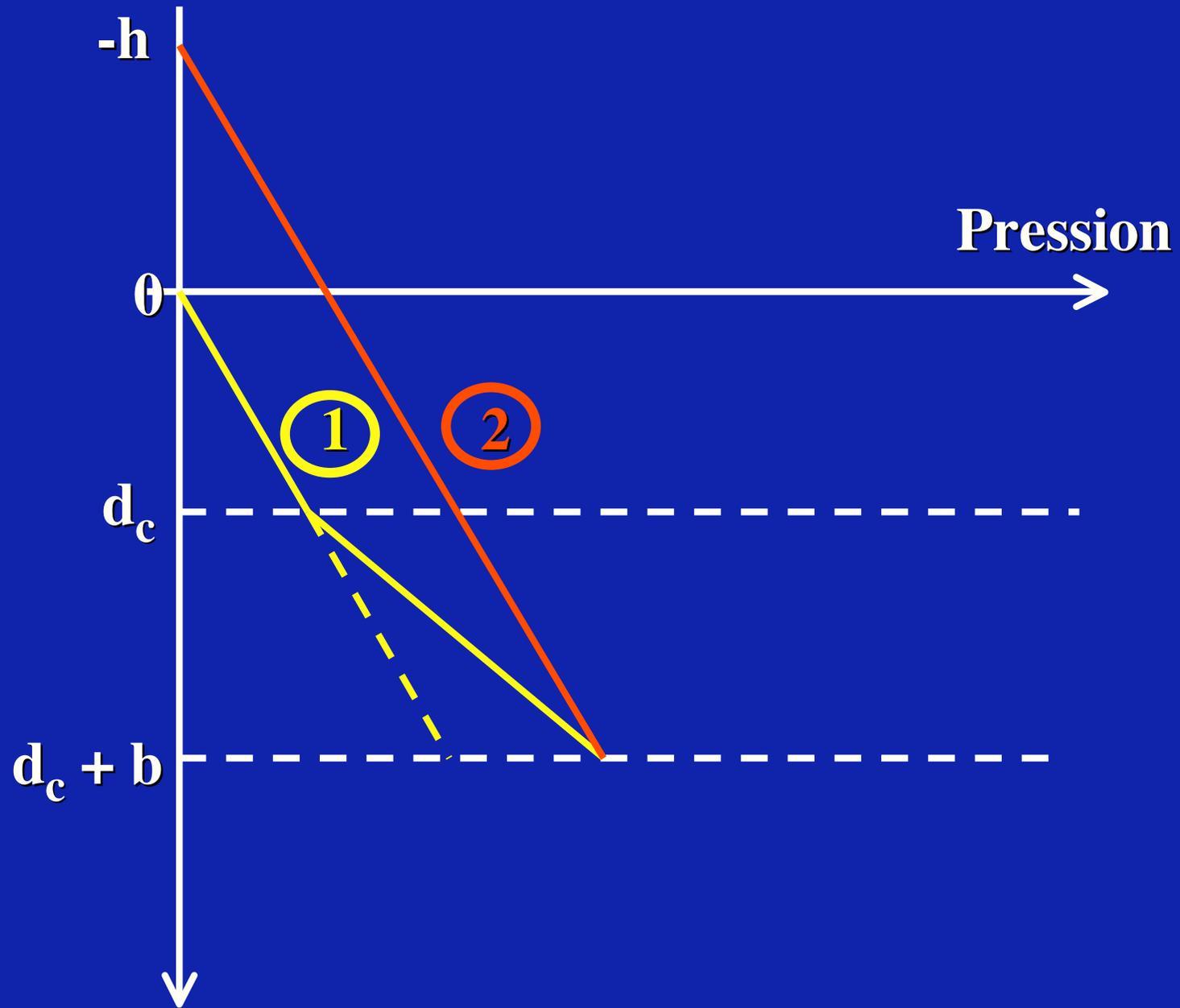
$$T = F_{P2} - F_{P1}$$

## Calcul des forces $F_{P1}$ et $F_{P2}$ .



Face verticale sur une longueur  $L$ ,  
entre les côtes  $(z)$  et  $(z+dz)$ :

$$dF = (\text{contrainte}) \times (\text{surface}) = P(z) L dz.$$



## Sur la colonne (2)

$$P(z) = \rho_c g (z + h) \quad \text{pour} \quad -h < z < d_c + b$$

$$dF_{P2} = P(z) L dz$$

$$\begin{aligned} F_{P2} &= \int_{-h}^{d_c+b} \rho_c (z + h) g L dz \\ &= \rho_c L g \int_{-h}^{d_c+b} (z + h) dz \\ &= \rho_c L g \left[ \frac{(z+h)^2}{2} \right]_{-h}^{d_c+b} \\ &= (1/2) \rho_c L g (h+d_c+b)^2 \end{aligned}$$

## Sur la colonne (1)

$$P(z) = \rho_c g z \quad \text{pour} \quad 0 < z < d_c$$

$$P(z) = \rho_c g d_c + \rho_m g (z - d_c) \quad \text{pour} \quad d_c < z < d_c + b$$

$$F_{P1} = L \left\{ \frac{1}{2} \rho_c g d_c^2 + \rho_c g d_c b + \frac{1}{2} \rho_m g b^2 \right\}$$

$$T = F_{P2} - F_{P1}$$

En utilisant la relation entre b et h:

$$F_{P2} - F_{P1} = L \frac{\rho_c g h}{2} \left\{ 2 d_c + h \frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_c} \right\}$$

(Note : la différence est nulle pour h=0).

### Application numérique:

$$\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3} \quad \rho_m = 3000 \text{ kg m}^{-3}$$

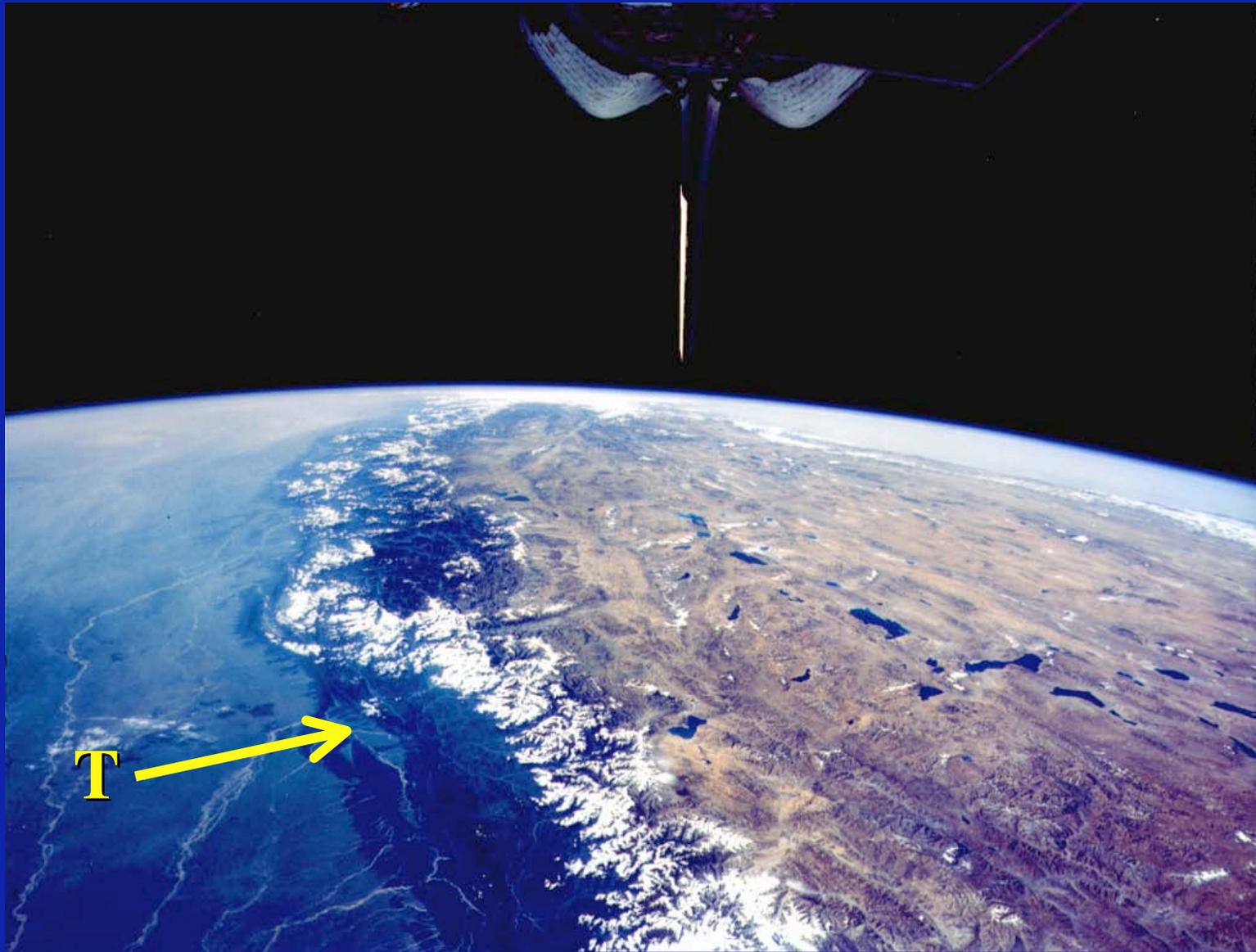
$h = 4 \text{ km}$  (altitude moyenne du plateau Tibétain)

$$T/L = 6.5 \cdot 10^{12} \text{ N m}^{-1} \text{ (par unité de longueur de chaîne)}$$

Cette force résulte d'une contrainte appliquée  $\tau$  sur toute l'épaisseur  $H$  de la lithosphère.

$$T = \tau (L H).$$

$$\tau = 6.5 \cdot 10^7 \text{ Pa (650 bars) pour } H = 100 \text{ km.}$$



ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?

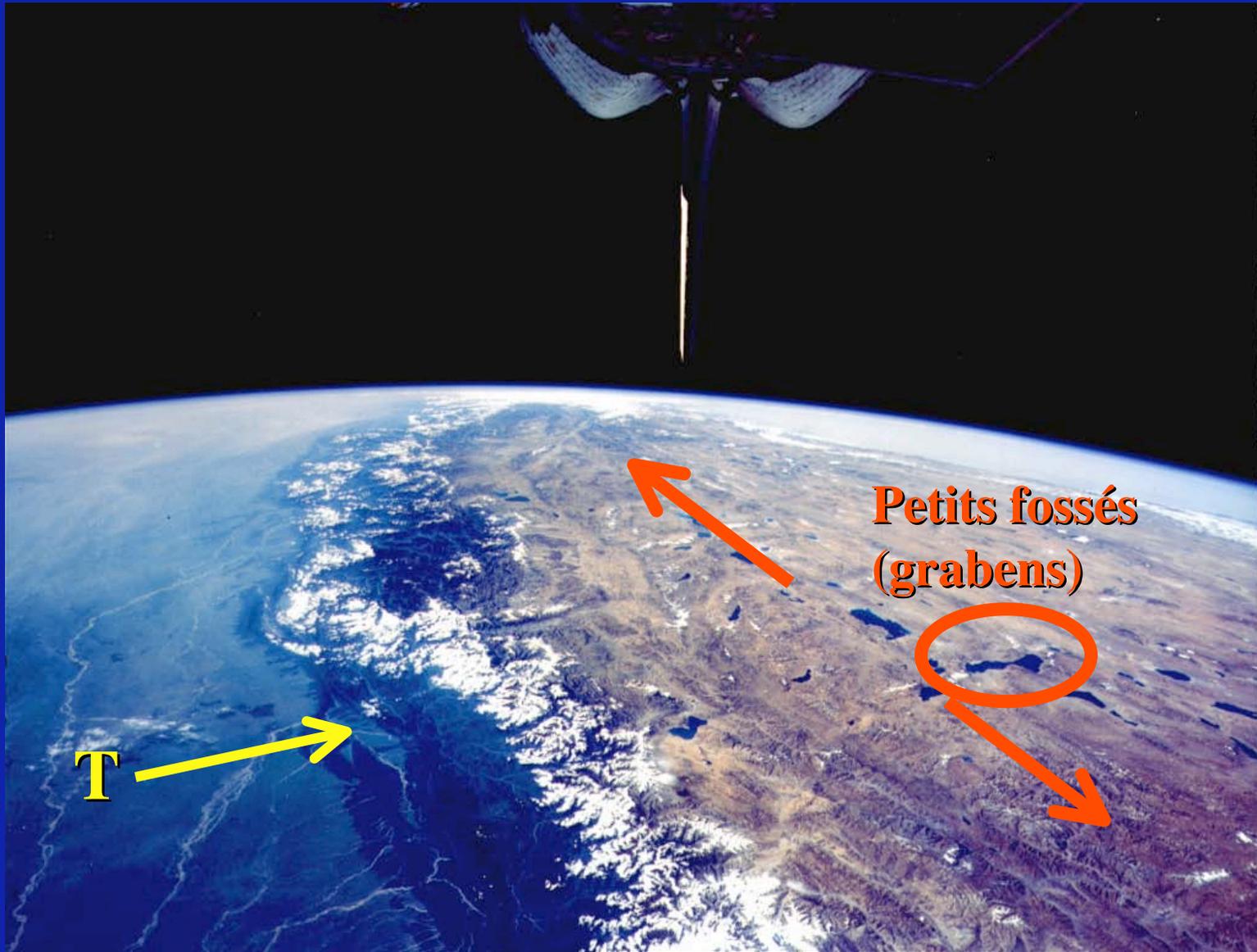


ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?  
PAS DE POUSSEE TECTONIQUE .  
DONC DEFORMATION ACTIVE .



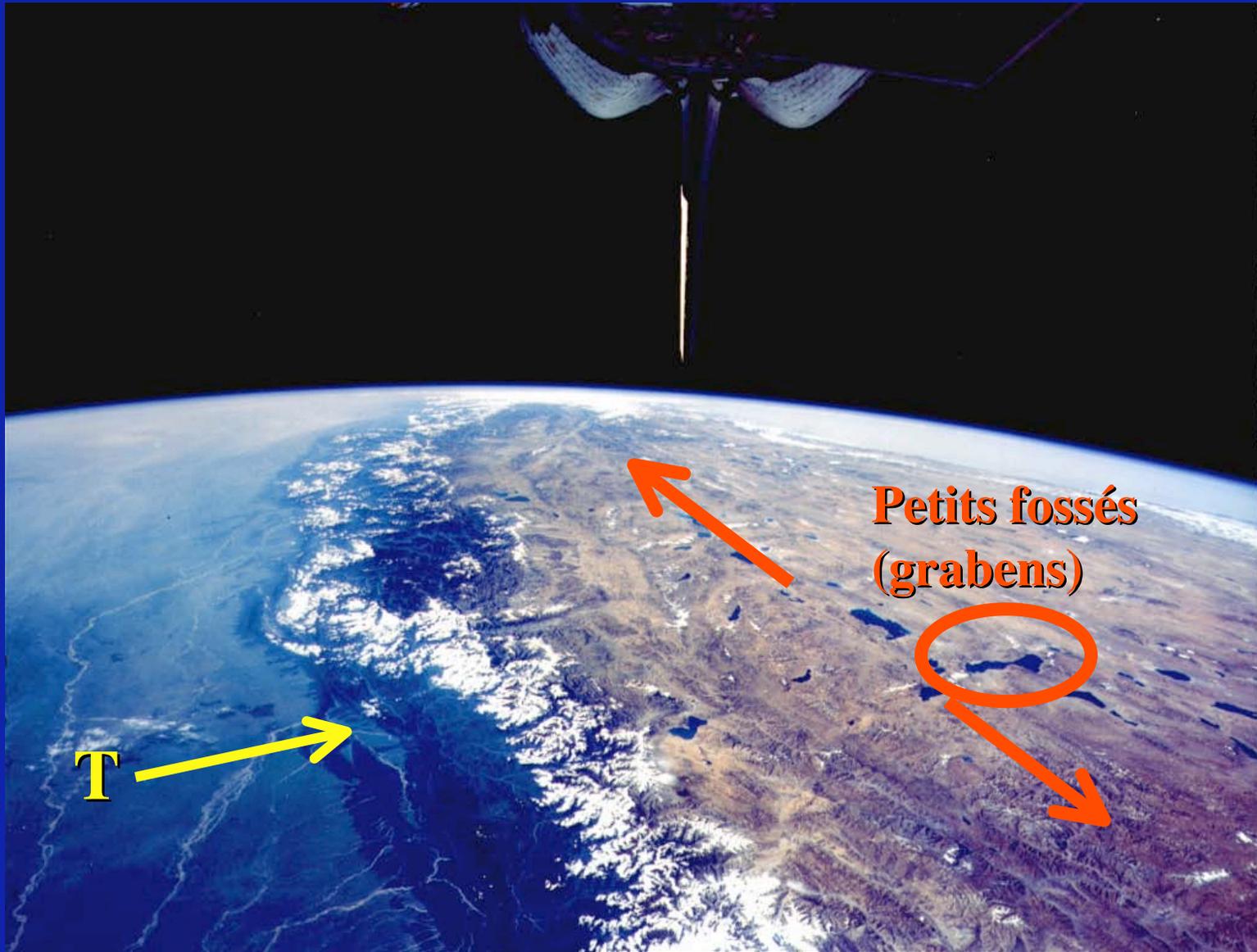
ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?  
**EXTENSION.**





T

Petits fossés  
(grabens)

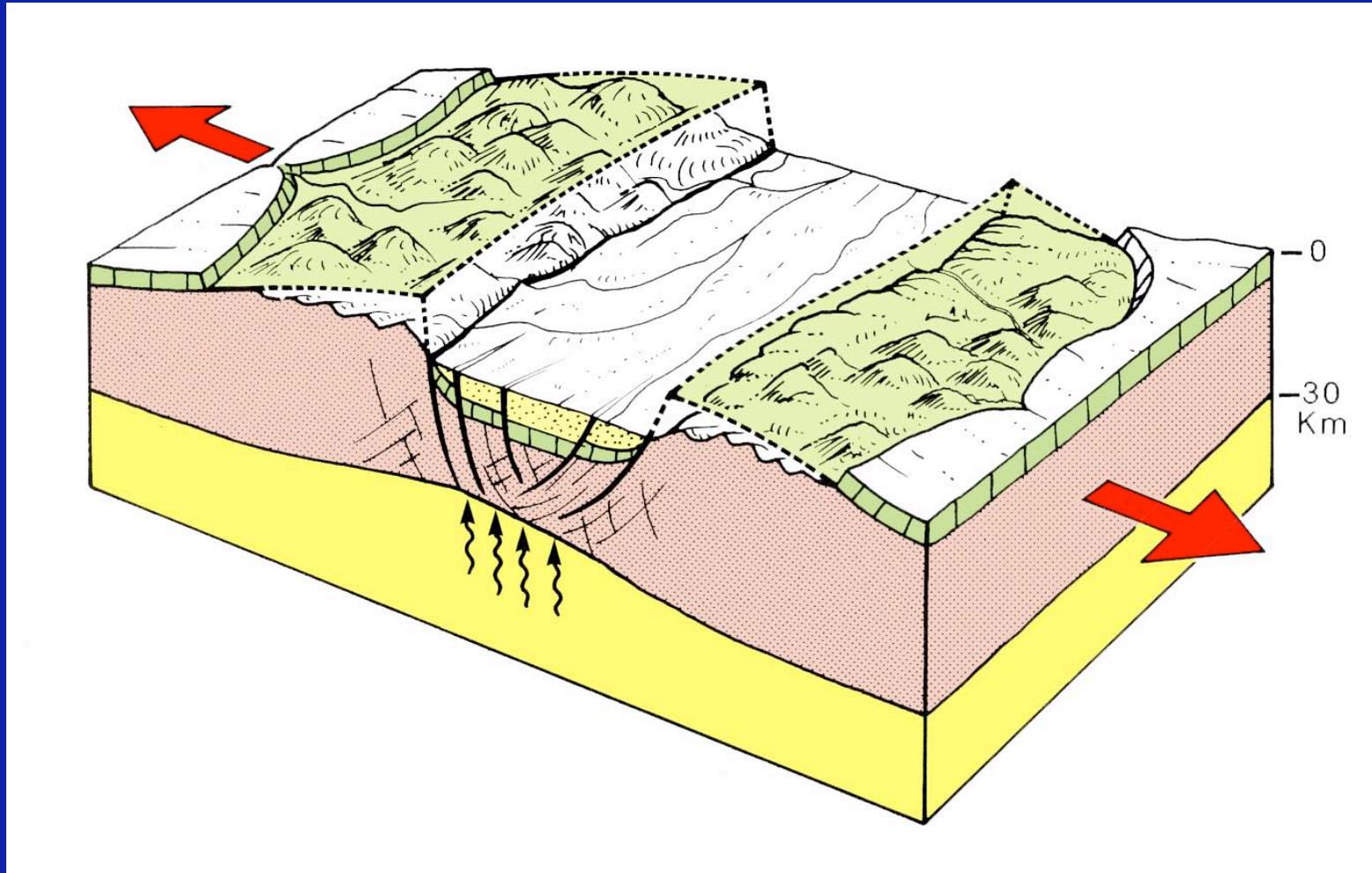


Petits fossés  
(grabens)

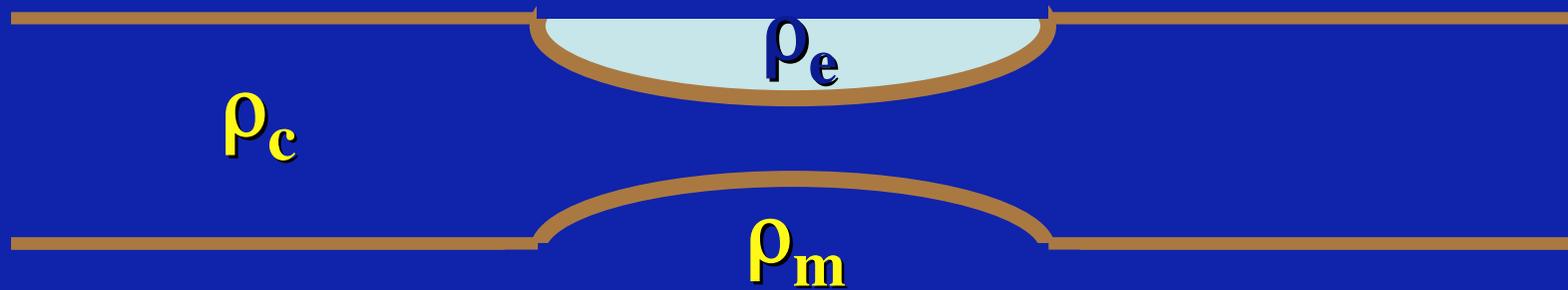
T

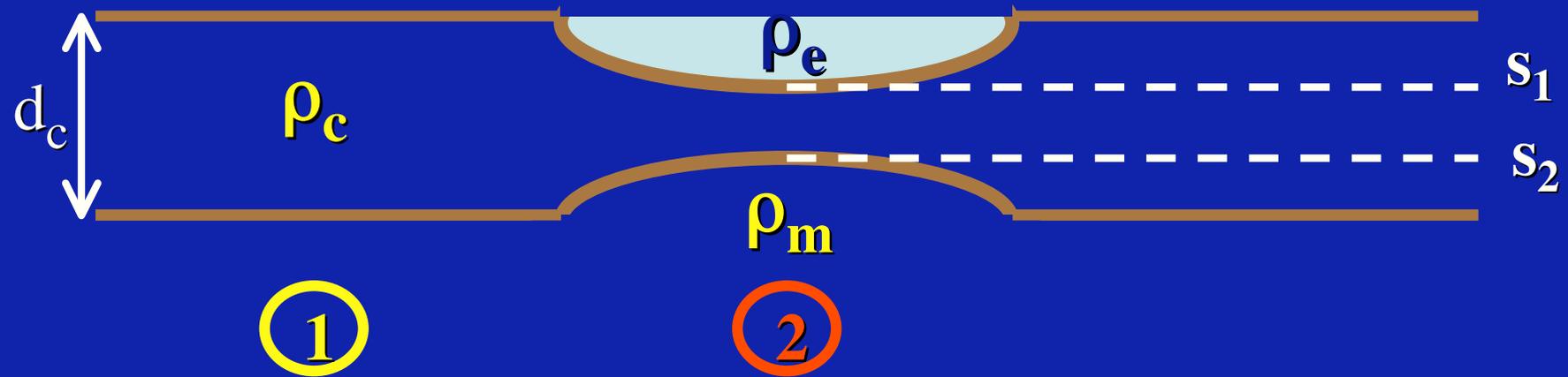
+ failles normales (tremblements de terre).

# Extension continentale (sans relief initial).

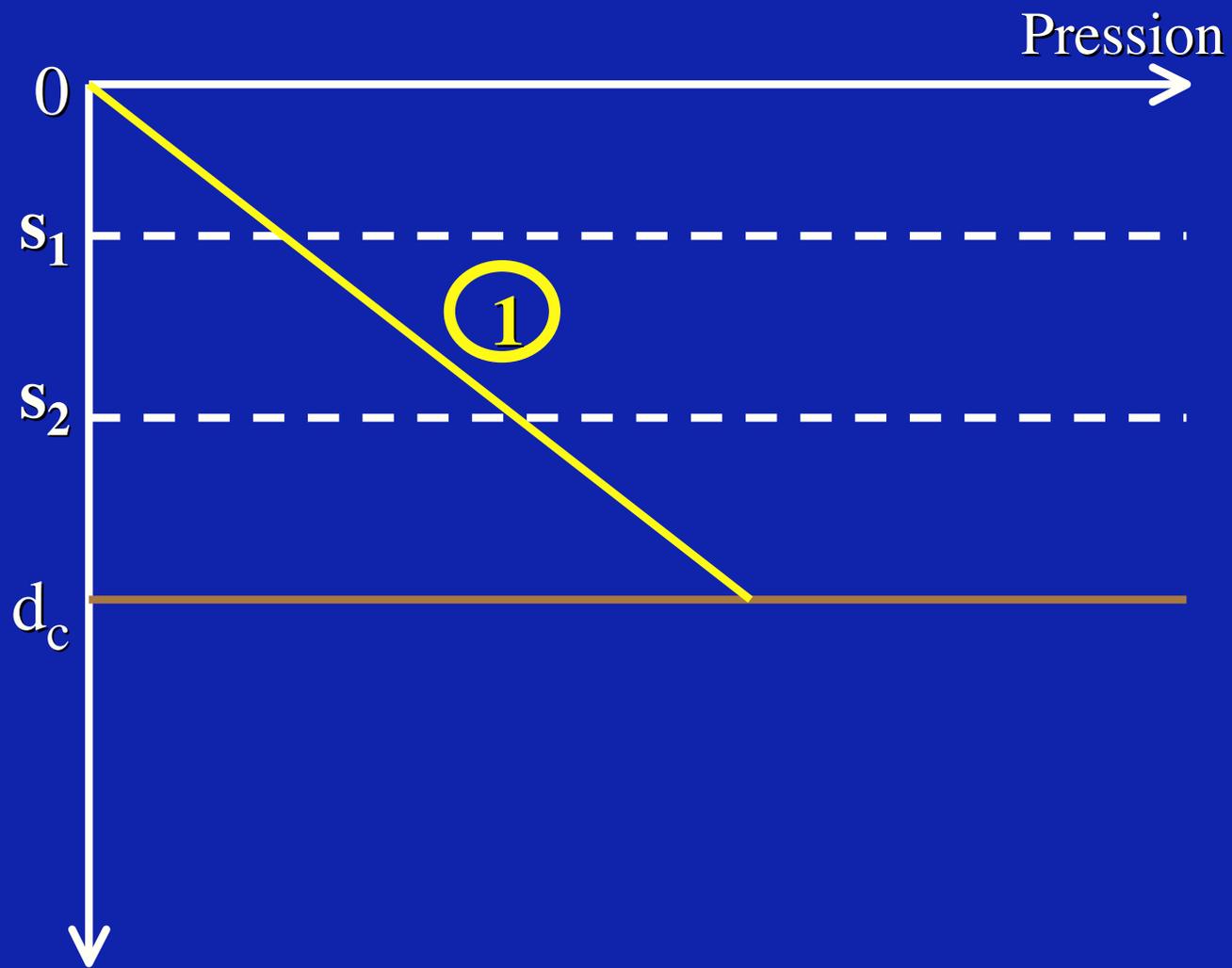


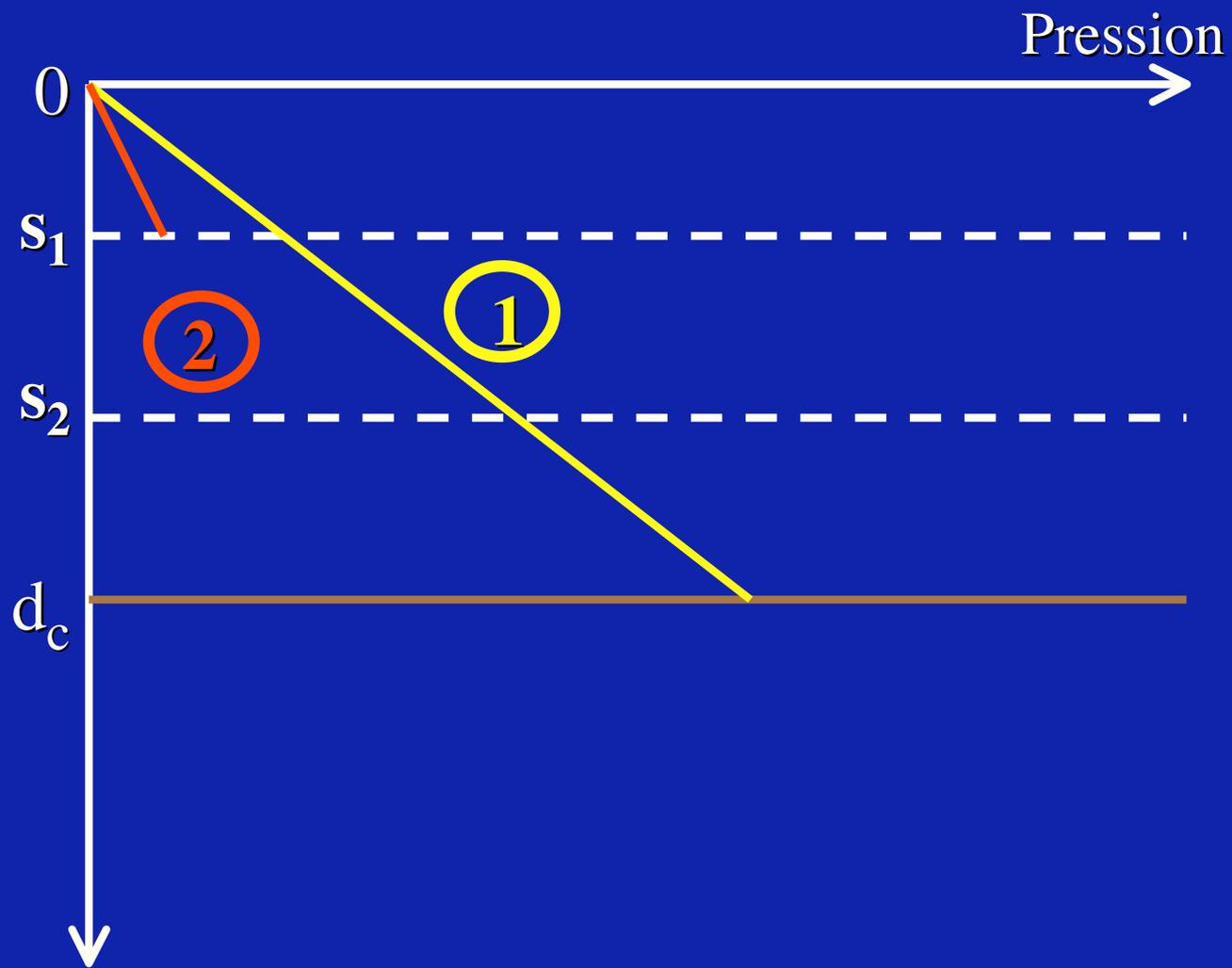
Même raisonnement pour déterminer  
la force tectonique nécessaire.

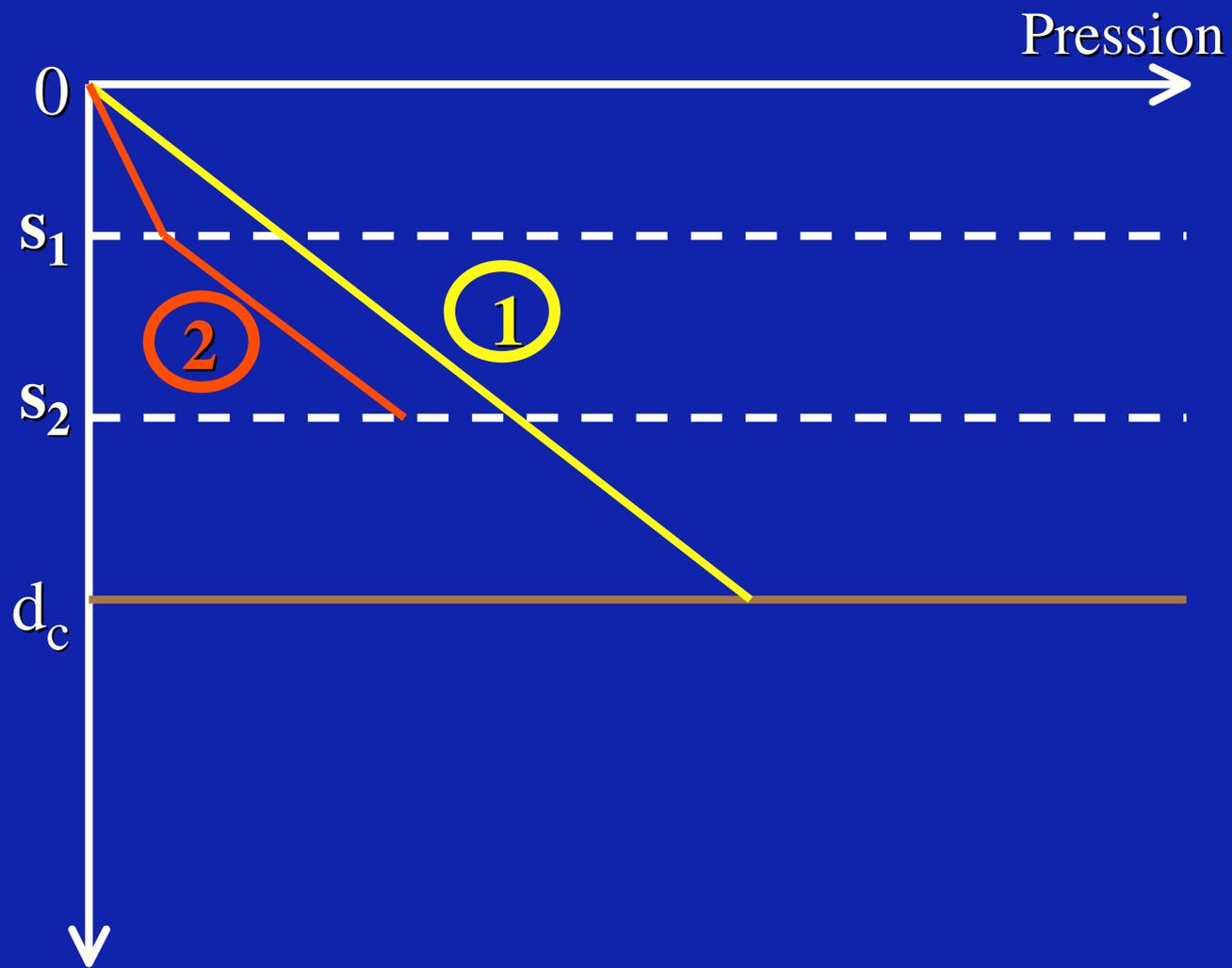


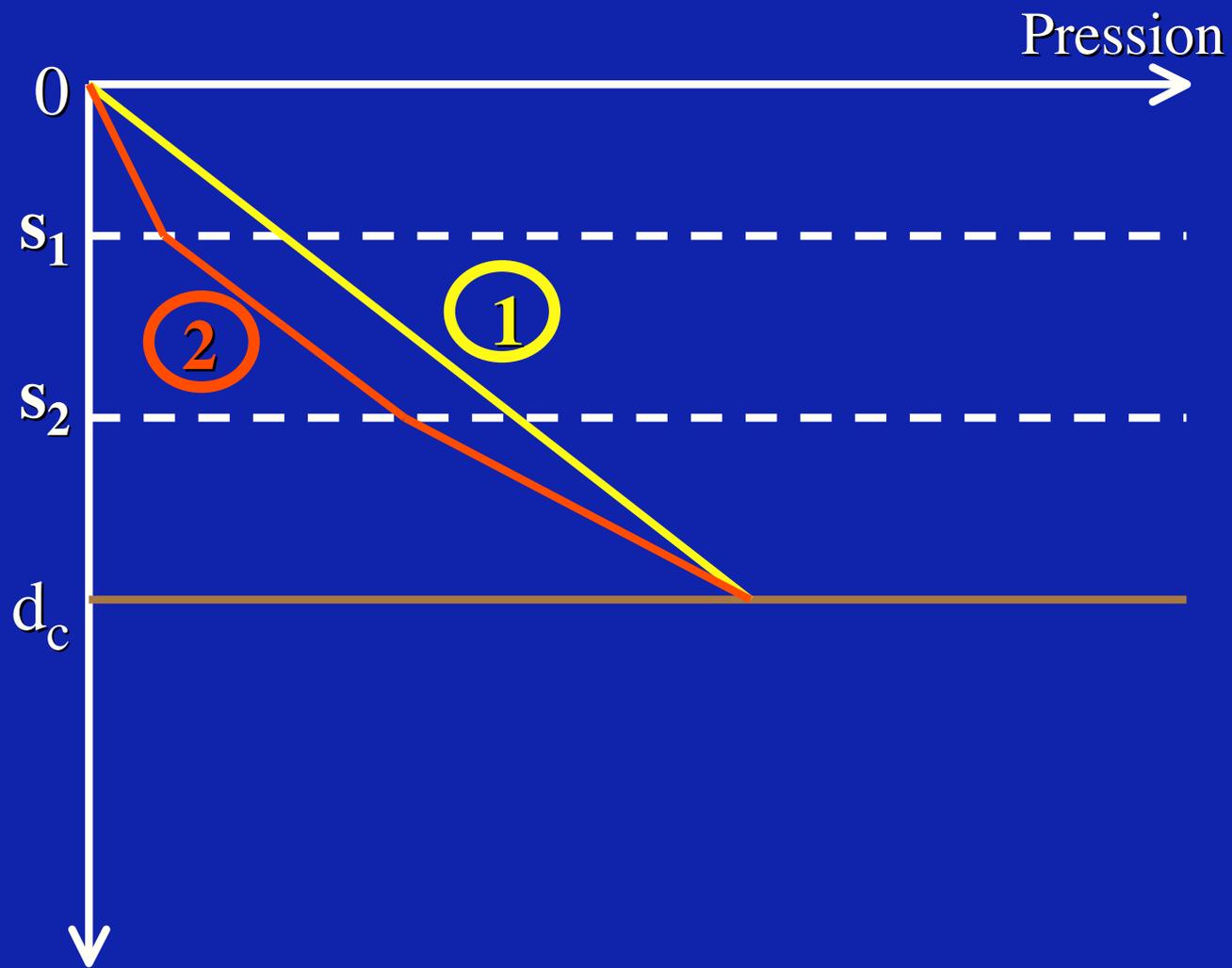


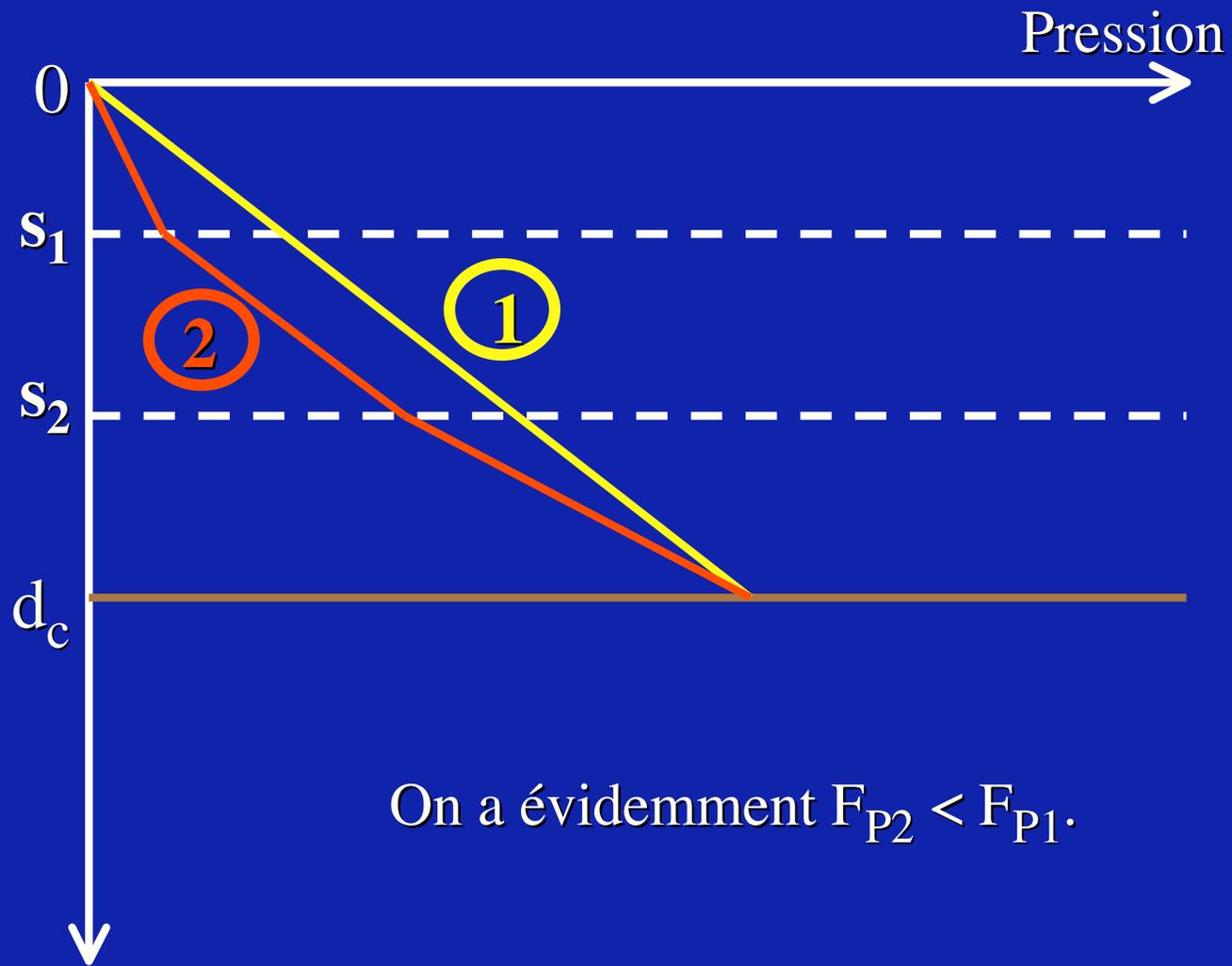
Forces horizontales en (1) et (2).



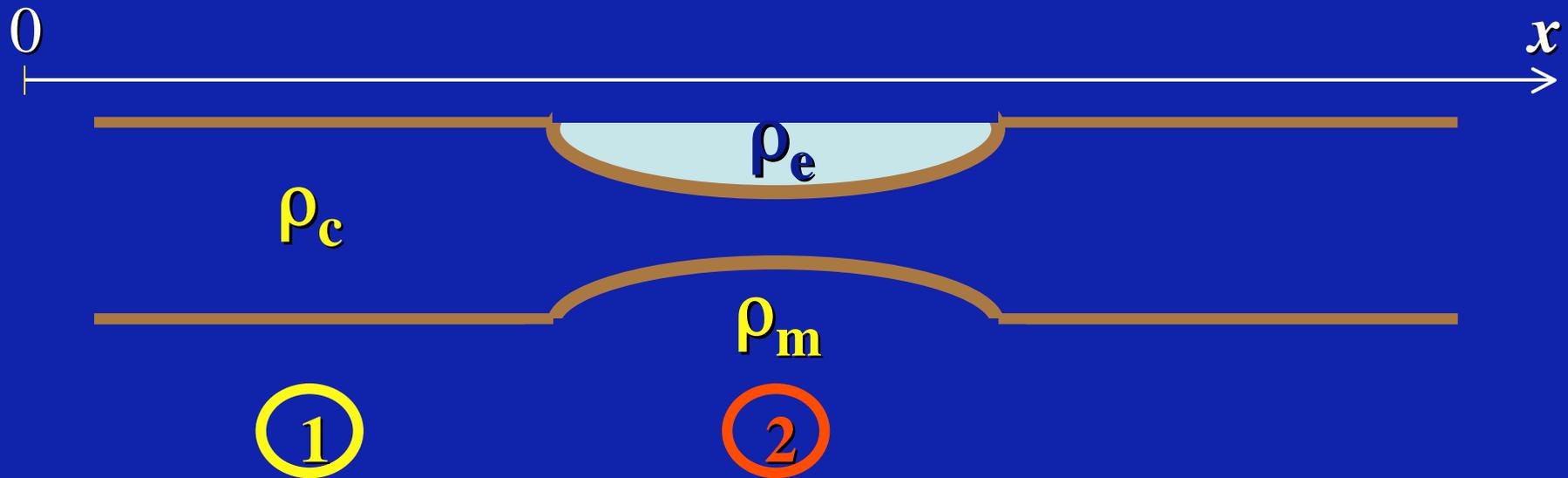








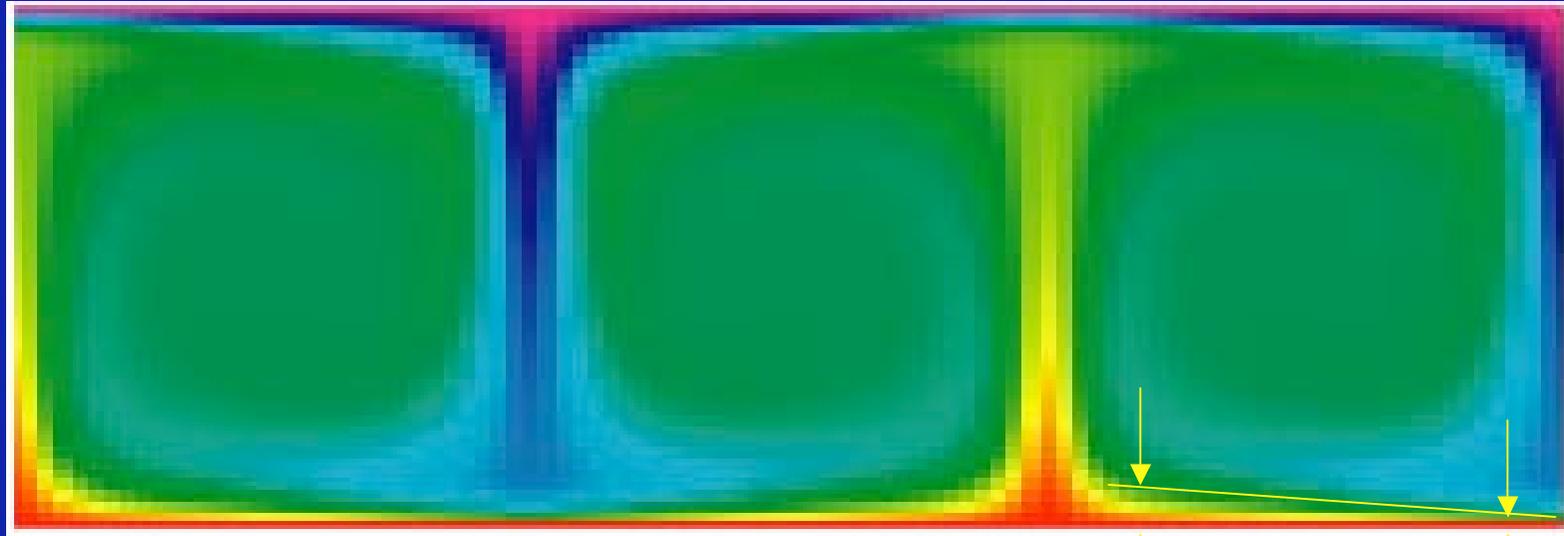
## Forces horizontales:



Projetant sur  $Ox$ :  $T + F_{P1} - F_{P2} = 0$ ,

$$T = F_{P2} - F_{P1} < 0 : \text{tension.}$$

# c. VITESSES CONVECTIVES.



**Effet moteur** : différences de densité dans un champ de pesanteur.

**Effet résistant** : frottement visqueux.

**Equation d'état des roches du manteau terrestre**

(spécifie comment varie la densité en fonction de P et T):

$$\rho = \rho_0 [ 1 - \alpha (T - T_0) ]$$

$\alpha$  = coefficient de dilatation thermique =  $3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

$\rho_0$  = densité à  $T=T_0$  (varie avec la pression, mais faiblement)

Variations de densité dues à des variations de température:

$$\Delta\rho = - \rho_o \alpha \Delta T$$

Application numérique:

$$\Delta T = 1000 \text{ K}$$

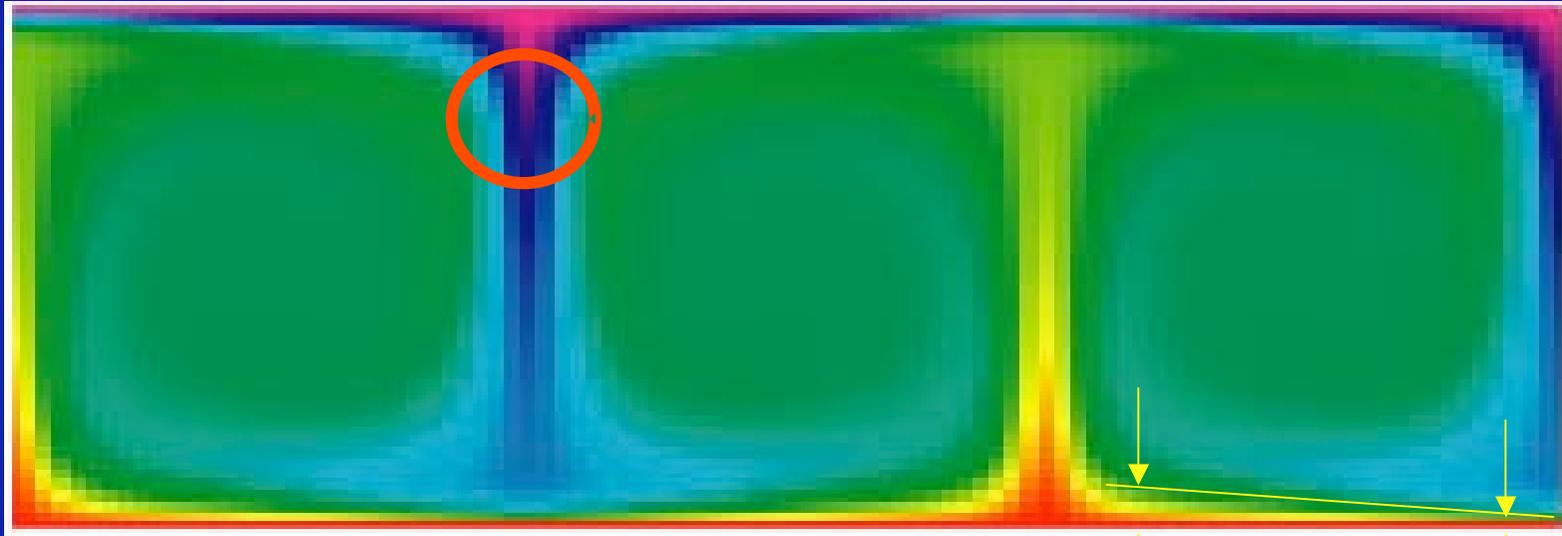
$$\rho_o = 3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\alpha = 3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

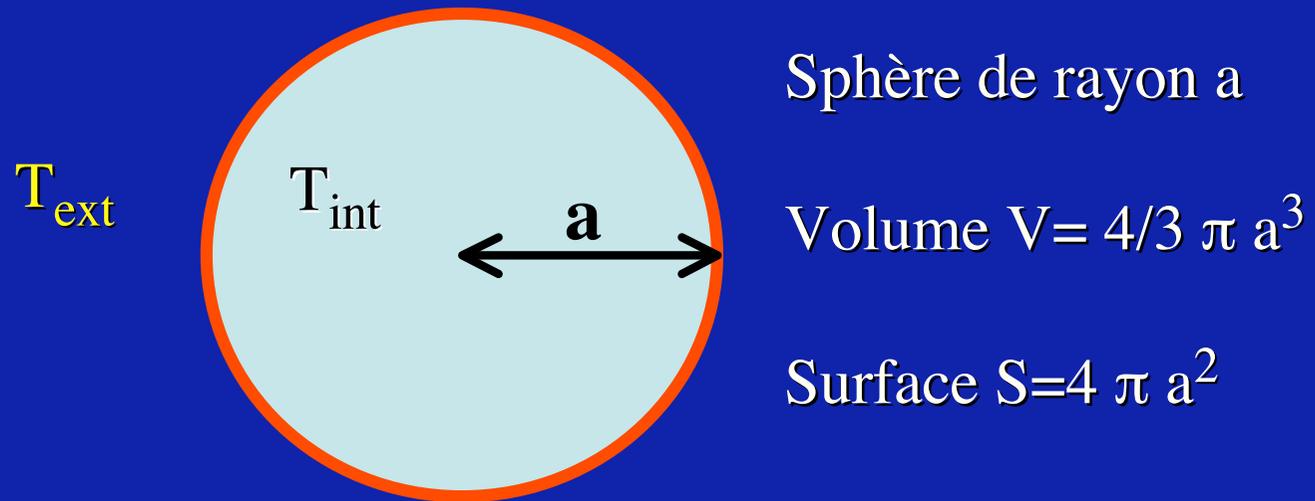
$$\Delta\rho = - 90 \text{ kg m}^{-3} \quad (\Delta\rho / \rho = - 3\% )$$

Ce sont ces très faibles variations de densité qui propulsent le manteau terrestre et qui sont responsables de la formation des chaînes de montagne.

## Vitesse d'un élément sphérique



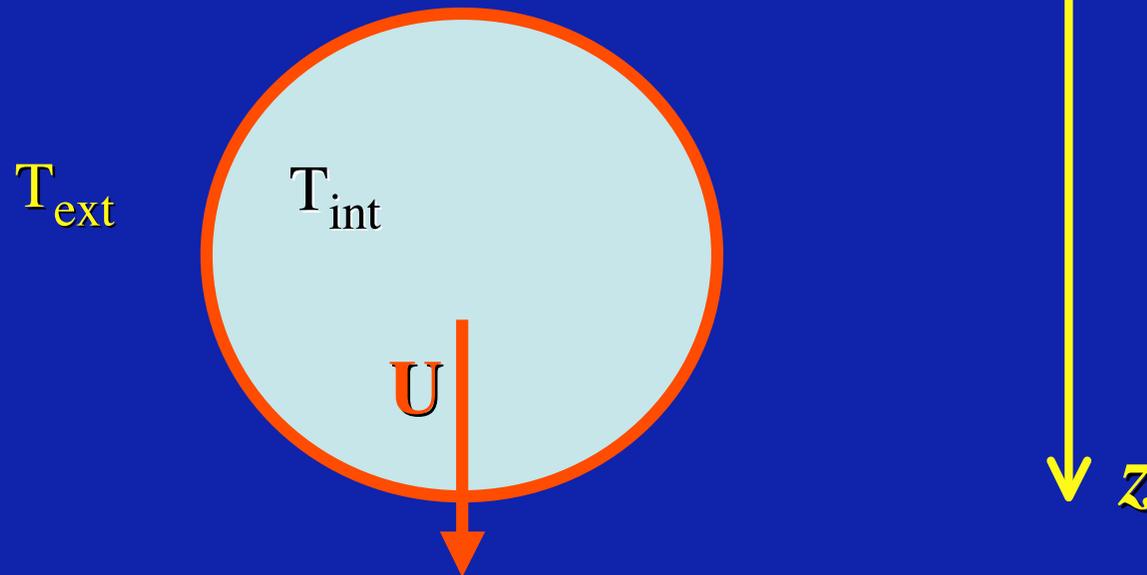
Volume de fluide refroidi  
descendant à la vitesse  $U$ .



Forces mises en jeu :

- (1) force de volume = poids =  $m g = \rho(T_{int}) V g$
- (2) Force de surface 1 = résultante des forces de pression  
 =  $\rho(T_{ext}) V g$  (par théorème d'Archimède)
- (3) Force de surface 2 = frottement visqueux  
 =  $\tau S$

Projetons les forces sur la verticale



$$\rho(T_{int}) V g - \rho(T_{ext}) V g - \tau S = 0$$

$$\{ \rho(T_{int}) - \rho(T_{ext}) \} V g - \tau S = 0$$

$$\underbrace{\Delta \rho V g}_{\text{Force d'Archimède}} - \tau S = 0$$

Force d'Archimède

$$\Delta\rho V g - \tau S = 0$$

Reste à estimer la contrainte visqueuse  $\tau$ :

Par définition,

$$\tau \sim \mu \frac{U}{\delta}$$

$U/\delta$  = gradient de vitesse

$\delta$  = distance sur laquelle la vitesse tend vers 0.

Dans la cas de la sphère  $\delta \sim a$ .

Résultat final:

$$U \sim \frac{\Delta\rho g a^2}{\mu}$$

Il manque une constante multiplicative d'ordre 1 qui nécessite des calculs assez lourds (formule de Stokes).

## Application numérique:

On peut mesurer  $U$ ,  $\Delta T$ ,  $\mu$ .

Calculons  $a$ , la taille caractéristique des anomalies de température.

$$a \sim \left\{ \frac{U \mu}{\Delta \rho g} \right\}^{1/2}$$

$$U \approx 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$$

$$\mu \approx 10^{21} \text{ Pas}$$

$$\Delta \rho \approx 90 \text{ kg m}^{-3}$$

$a \approx 35 \text{ km}$  (diamètre 70 km):  
c'est l'épaisseur des plaques océaniques !