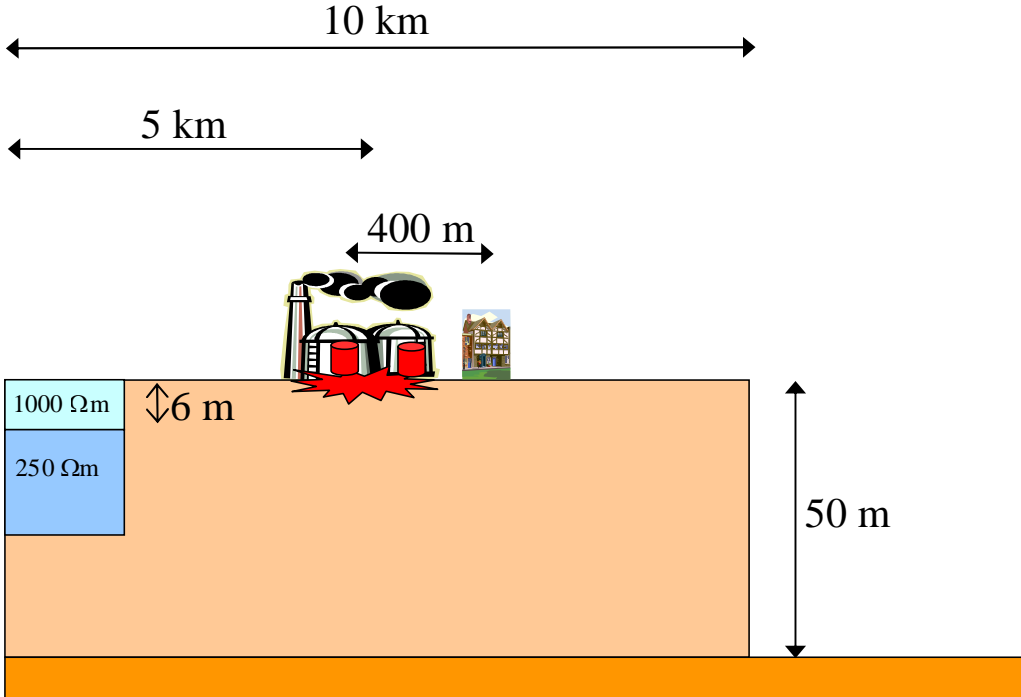


Document autorisés : néant, calculatrice : tolérée, durée: 4 heures

<p>n°1 (2pt)</p>	<p>Au dix-neuvième siècle, on s'interrogeait déjà sur des problèmes de changement climatique. Notamment, Antoine-César et Edmond Becquerel, respectivement grand-père et père du célèbre Henri, avaient effectué des mesures de température dans un forage du jardin des Plantes. Ils observèrent qu'entre deux points de profondeurs respectives 1 m et 6 m l'amplitude thermique annuelle passait de 10 °C à 2 °C et que l'onde à 6 m de profondeur avait un retard de trois mois sur celle à 1 m de profondeur. Rappeler la théorie de la diffusion thermique dans un demi-espace homogène et comparer à ces observations des Becquerel. Déduire une valeur de la diffusivité thermique à partir de l'atténuation de l'amplitude, et une valeur à partir du décalage de phase.</p>
<p>n°2 (4pt)</p>	<p>Un puits de 20 cm de diamètre est utilisé pour le captage d'une aquifère libre. La roche imperméable se situe 50 m sous la hauteur piézométrique. On effectue un pompage à 10 litres par seconde. Dans des piézomètres situés respectivement à 10 m et 30 m du puits de pompage, on observe à l'équilibre des rabattements de 1.25 et 0.75 m.</p> <p>1) Rappeler la théorie des écoulements en nappe libre autour d'un puits dans le cadre de l'approximation de Dupuit.</p> <p>2) Quelles sont les valeurs de la conductivité hydraulique K et de la perméabilité k? Que pouvez-vous conclure sur la nature de la roche dans l'aquifère?</p> <p>3) Quelle est la valeur du rabattement dans le puits de pompage? Si la surface du sol se trouve à deux mètres au dessus de la surface piézométrique maximale, par quelle méthode ce rabattement pourrait-il être observé?</p> <p>4) On considère que, dans un milieu de conductivité hydraulique K, on ne peut pas maintenir sans colmatage des vitesses de Darcy supérieures à $V_c = \sqrt{K} / 15$ (formule de Sichardt). Quelle est la valeur approximative du débit maximal qu'on peut pomper dans le puits?</p>
<p>n°3 (3pt)</p>	<p>Sur un terrain, un sondage électrique révèle un interface situé à 4 mètres sous la surface séparant un milieu de résistivité 250 Ωm superposé par un milieu de 400 Ωm. La résistivité de l'eau d'une source voisine est 80 Ωm. Une expérience de sismique réflexion indique un interface situé aussi à 4 mètres sous la surface, séparant un milieu de vitesse P 1800 m/s superposé par un milieu de vitesse 972 m/s. Des mesures GPR ainsi que des mesures en laboratoire d'échantillons prélevés par pénétrateur indiquent une saturation moyenne en subsurface d'environ 50 %.</p> <p>1) Quelle est la porosité de ce milieu?</p> <p>2) Quelle est la conductivité électrique de surface du milieu?</p> <p>3) Les mesures de résistivité électrique sont-elles compatibles avec une saturation de 50 %?</p>
<p>n°4 (2pt)</p>	<p>On recherche des cavités hautes de 10 mètres et larges de plusieurs centaines de mètres, sous un toit de roche de 5 mètres maximum.</p> <p>1) Quelle est l'anomalie gravimétrique associée à de telles structures? Est-ce détectable avec des gravimètres conventionnels?</p> <p>2) Quelles autres méthodes pouvez-vous proposer pour les détecter si on constate une épaisseur de 50 cm de sol très argileux et rubéfié en surface?</p>

<p>n°5 (8pt)</p>	<p>Considérons un plateau de la région parisienne, haut de 50 m au dessus d'une rivière qui se trouve à 10 km de la ligne de partage des eaux. Une usine est établie depuis 50 ans entre la ligne de partage des eaux et la rivière. Cette usine stocke de nombreux déchets et de nombreuses contaminations ont eu lieu sur ce terrain. Un paysan du voisinage, qui habite à 400 m de l'usine, a vent de ces pratiques et s'en inquiète car il utilise l'eau de la nappe phréatique sous sa maison. Cependant, ce paysan n'est pas tombé de la dernière pluie, il a même suivi un cours de "Géophysique de l'Environnement". Avec une batterie de camion, il effectue un sondage Schlumberger à l'aplomb de la ligne de partage des eaux et trouve un contraste de résistivité électrique de 1000 Ωm à 250 Ωm à 6 mètres de profondeur. Il mesure aussi la conductivité électrique de l'eau de son puits et trouve 100 mS/m. Il estime d'autre part que la saturation des couches proches de la surface est en moyenne 50 %.</p> <p>1) Comment interpréteriez-vous le résultat de ce sondage Schlumberger? Quelle est la porosité de l'aquifère? 2) Le paysan a-t-il raison de s'inquiéter? Au bout de combien de temps son puits sera-t-il contaminé? 3) Quelle est la profondeur de pénétration d'un sondage électromagnétique VLF sur ce plateau?</p> 
<p>n°6 (1pt)</p>	<p>On effectue un sondage audio-magnétotellurique au dessus d'un demi-espace de résistivité 400 Ωm avec un instrument qui fonctionne dans la gamme 10 Hz-500 Hz. Tracer l'impédance attendue en fonction de la fréquence.</p>
<p>n°7 (2pt)</p>	<p>On effectue un sondage audio magnéto-tellurique et on observe pendant l'expérience qu'une onde magnétique d'amplitude 10 nT et de période 0.2 s induit une différence de potentiel de 50 μV sur un dipôle de longueur 50 m et disposé perpendiculairement au champ magnétique. En déduire une estimation de la résistivité apparente et une estimation de l'épaisseur sondée.</p>
<p>n°8 (2pt)</p>	<p>Comparer les intérêts et limitations d'une tomographie électrique multiélectrode, d'un profil VLF, d'un profil EM31, et d'un profil de six stations audio-magnétotelluriques. Dans une zone industrialisée, que choisiriez-vous en premier lieu? Pourquoi?</p>

Corrigé

n°1:

L'atténuation entre 1 m et 6 m est donc 2/10. Or l'atténuation sur une épaisseur p est $e^{-p/\lambda}$ où λ est la longueur de diffusion (ou pénétration). On a donc $\lambda=5/\text{Log}(10/2)=3.11$ m. Par ailleurs, on a un retard de 3 mois entre 6 m et 1 m, soit $1/4$ de période. Or le décalage de phase sur une épaisseur p s'écrit $p/2\pi\lambda$. On a donc une deuxième estimation de $\lambda=2p/\pi=3.18$ m, en bon accord avec la valeur déduite précédemment. La valeur moyenne est $\lambda=3.15$ m. Mais la profondeur de pénétration pour une onde de période T est donnée par $\lambda = \sqrt{\kappa T / \pi}$ où κ est la diffusivité thermique. On en déduit la valeur de la diffusivité thermique $\kappa = \pi\lambda^2/T = \underline{0.99 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$.

n°2:

1) Voir chapitre 2

2) Dans l'approximation de Dupuit, dans le cas d'une nappe libre, le débit Q dans un forage quand on observe des hauteurs h_1 et h_2 respectivement à des distances r_1 et r_2 est donné par :

$$Q = \pi K \frac{h_1^2 - h_2^2}{\text{Log} \frac{r_1}{r_2}}, \quad (1)$$

où K est la conductivité hydraulique. On en déduit la valeur de la conductivité hydraulique:

$$K = \frac{0.01}{\pi} \frac{-\text{Log} 3}{(50 - 1.25)^2 - (50 - 0.75)^2} = \underline{7.1 \times 10^{-5} \text{ m/s}}, \quad (2)$$

qui correspond à une perméabilité de $\underline{7 \times 10^{-12} \text{ m}^2}$, soit 7 D. La roche est probablement une formation sableuse.

3) Dans le puits de pompage, la hauteur h_0 sera donnée par:

$$h_0 = \sqrt{h_1^2 - \frac{Q}{\pi K} \text{Log} \frac{r_1}{r_0}} = 46.6 \text{ m}, \quad (3)$$

soit un rabattement de 3.4 m, 5.4 m sous la surface. On peut observer ce rabattement aisément par tomographie électrique, ou simplement un sondage Schlumberger, ou encore un géoradar si le sol n'est pas trop conducteur.

4) La vitesse de Sichardt est ici $V_c=0.56$ mm/s, et le débit critique correspondant Q_c dans le forage est:

$$Q_c = 2\pi r_0 V_c h_0 = \underline{16.4 \text{ L/s}}. \quad (4)$$

On remarque que la valeur utilisée, 10 L/s, est inférieure mais proche de la valeur maximale acceptable.

n°3:

1) Soient V_1 et V_2 les vitesses sismiques d'onde P respectivement dans le milieu 1 de saturation moyenne $S_w=50$ % et le milieu 2 saturé. Supposons que les deux milieux ont la même porosité ϕ , on peut écrire la relation de Wyllie dans le milieu 1:

$$\frac{1}{V_1} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi}{V_w} S_w + \frac{\phi}{V_a} (1-S_w), \quad (5)$$

où V_m est la vitesse de l'onde P dans la matrice minérale, V_w la vitesse du son dans l'eau (1500 m/s) et V_a la vitesse du son dans l'air (340 m/s), et:

$$\frac{1}{V_2} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi}{V_w} \quad (6)$$

dans le milieu 2. En éliminant le premier terme dans les équations (5) et (6), on obtient:

$$\phi = \frac{1}{1-S_w} \frac{\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}}{\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_w}} = \frac{1}{1-0.5} \frac{\frac{1}{972} - \frac{1}{1800}}{\frac{1}{340} - \frac{1}{1500}} = 0.42. \quad (7)$$

2) Soient ρ_1 et ρ_2 les résistivités électriques respectivement dans le milieu 1 et le milieu 2. On a dans le milieu 1:

$$\frac{1}{\rho_1} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0} S_w^2, \quad (8)$$

où σ_s est la conductivité de surface, σ_w la conductivité électrique de l'eau des pores et F_0 le facteur de formation. Dans le milieu 2, on a :

$$\frac{1}{\rho_2} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0}. \quad (9)$$

La conductivité de surface est donc donnée par:

$$\sigma_s = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{S_w^2}{\rho_2}}{1 - S_w^2} = \frac{\frac{1}{400} - \frac{1}{4 \times 250}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{100} - \frac{1}{250}}{\frac{3}{4}} = \frac{50}{250 \times 100} = 2 \times 10^{-3} \text{ S/m}. \quad (10)$$

3) On déduit de (9) la valeur du facteur de formation:

$$F_0 = \frac{1}{\phi^2} = \frac{\sigma_w}{\frac{1}{\rho_1} - \sigma_s} = \frac{\frac{1}{80}}{\frac{1}{250} - \frac{1}{500}} = \frac{50}{8} \quad (11)$$

soit une porosité:

$$\phi = \sqrt{\frac{8}{50}} = \frac{4}{10} = 0.4, \quad (12)$$

tout à fait cohérente avec la valeur estimée à partir des vitesses sismiques. On aurait pu aussi déterminer la valeur de la saturation en utilisant la valeur de la porosité trouvée en 1). On obtient alors:

$$S_w = \sqrt{1 + \frac{1}{\sigma_w \phi^2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)} = \sqrt{1 + \frac{80}{0.42^2} \left(\frac{1}{400} - \frac{1}{250} \right)} = 0.56, \quad (13)$$

proche de la valeur de 50 % proposée initialement.

n°4:

1) Le pic d'anomalie gravimétrique négative en μGal d'une cavité cylindrique de rayon R à une profondeur z est donné par :

$$\Delta g = 100 \frac{R^2}{z}, \quad (14)$$

soit environ 250 μGal pour un cylindre de 5 m de rayon à une profondeur de 10 m, ce qui est aisément observable. L'anomalie associée à la cavité considérée sera supérieure à l'anomalie

associée à ce cylindre, et donc a fortiori aisément détectable avec des gravimètres conventionnels.

2) Si le sol est rubéfié en surface, la conductivité électrique sera forte et donc le géoradar ou même d'autres méthodes électromagnétiques comme le VLF ne pourront pénétrer. Pour une profondeur de 5 m et considérant la taille de la cavité, des profils de tomographie électrique fournissent une autre méthode possible.

n°5:

1) Soient ρ_1 et ρ_2 les résistivité électriques respectivement dans le milieu 1 de saturation 50 % et le milieu 2. Supposons que les deux milieux ont la même porosité ϕ . On a dans le milieu 1:

$$\frac{1}{\rho_1} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0} S_w^2, \quad (15)$$

où σ_s est la conductivité de surface, σ_w la conductivité électrique de l'eau des pores et F_0 le facteur de formation. Dans le milieu 2, on a :

$$\frac{1}{\rho_2} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0}. \quad (16)$$

Le facteur de formation est donc:

$$F_0 = \sigma_w \frac{1 - S_w^2}{\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}} = \frac{1}{10} \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{250} - \frac{1}{1000}} = \boxed{25}. \quad (17)$$

soit une porosité :

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{F_0}} = \boxed{0.2}. \quad (18)$$

La conductivité de surface est alors donnée par (16):

$$\sigma_s = \frac{1}{\rho_2} - \frac{\sigma_w}{F_0} = \frac{1}{250} - \frac{0.1}{25} = 0. \quad (19)$$

2) Dans le cadre de l'approximation de Dupuit, (voir chapitre 2), on peut écrire la hauteur piézométrique en fonction de la position x , en prenant $x=L/2$ pour la ligne de partage des eaux et $x=L$ pour la rivière. On a alors (équation 2.39 du chapitre 2):

$$h(x)^2 = \frac{a}{K} x(L-x), \quad (20)$$

où K est la conductivité hydraulique et a l'infiltration. Le niveau maximum h_{max} vérifie donc:

$$h_{max}^2 = \frac{a}{K} \frac{L^2}{4}. \quad (21)$$

On peut donc estimer la valeur de la conductivité hydraulique:

$$K = a \frac{L^2}{4h_{max}^2} = \frac{7 \times 10^{-3}}{3.1 \times 10^7} \frac{(20 \times 10^3)^2}{4 \times 44^2} \cong 10^{-5} \text{ m/s}, \quad (22)$$

soit une perméabilité de 1 D. Pour estimer la valeur de l'infiltration, on a pris une valeur de pluviométrie à Paris de 700 mm par an et un taux d'infiltration de 1%, soit une infiltration de 7 mm par an.

On peut maintenant estimer la vitesse de Darcy u dans la nappe sous l'usine. On a en effet:

$$u = -K \frac{dh}{dx} = -\frac{1}{2} K \frac{1}{h} \frac{dh^2}{dx} = -\frac{1}{2} K \frac{1}{h} \frac{a}{K} (L - 2x) = \frac{a}{2h} (2x - L). \quad (23)$$

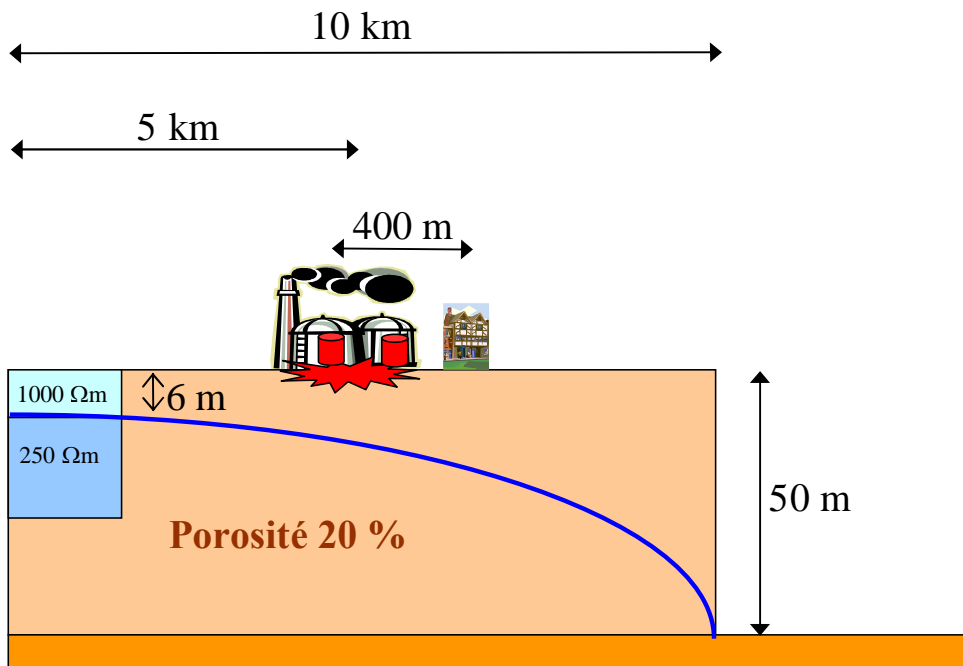
L'usine correspond à $x=3L/4$, position pour laquelle on a:

$$h\left(\frac{3}{4}L\right) = h_{\max} \sqrt{\frac{\frac{3}{4}L\left(L - \frac{3}{4}L\right)}{\frac{L^2}{4}}} = h_{\max} \sqrt{\frac{\frac{3}{4} \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} h_{\max} = 38 \text{ m}, \quad (24)$$

et on a donc:

$$u = \frac{a}{2h} \left(\frac{3}{2}L - L \right) = a \frac{L}{4h} = \frac{7 \times 10^{-3}}{3.1 \times 10^7} \frac{20 \times 10^3}{4 \times 38} \cong 3 \times 10^{-8} \text{ m/s}. \quad (25)$$

soit une vitesse moyenne de transport de l'eau $V=u/\phi=1.5 \times 10^{-7}$ m/s. Au bout de $t=50$ ans, des contaminants éventuels auront donc parcouru une distance $d=Vt=232$ m, qui est du même ordre de grandeur que la distance entre l'usine et la maison du paysan. Le paysan a donc de bonnes raisons de s'inquiéter. En effet, s'il existe en plus des chemins de percolation préférentiels, la vitesse peut être plus rapide, et donc il est vraisemblable que le puits soit déjà contaminé, au moins par des traces de polluants dans un premier temps. Il serait donc très judicieux pour lui d'investir quelque argent dans des analyses chimiques de l'eau du puits.



3) La profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques VLF de fréquence f (typiquement 20 kHz pour le VLF) dans un milieu de résistivité ρ est:

$$\lambda_{em} = 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}}, \quad (26)$$

soit, dans le premier milieu:

$$\lambda_{em} = 500 \sqrt{\frac{1000}{20 \times 10^3}} \cong \boxed{100 \text{ m}}. \quad (27)$$

et, dans le deuxième milieu:

$$\lambda_{em} = 500 \sqrt{\frac{200}{20 \times 10^3}} \cong \boxed{50 \text{ m}}. \quad (28)$$

La longueur de pénétration des ondes VLF est donc toujours supérieure à l'épaisseur du plateau.

n°6:

L'impédance magnétotellurique à une fréquence f dans un milieu de résistivité ρ est donnée par la deuxième formule de Cagniard:

$$Z = \sqrt{5} \sqrt{\rho f} . \quad (26)$$

La courbe de l'impédance en fonction de la fréquence est donc une droite de pente $\frac{1}{2}$ en échelle log-log, avec les valeurs: 141 mV/km/nT pour $f=10$ Hz et 1000 mV/km/nT pour $f=500$ Hz.

n°7:

La résistivité apparente magnéto-tellurique ρ_{MT} vaut, en appliquant la deuxième formule de Cagniard (voir chapitre 5 équation 5.55):

$$\rho_{MT} = \frac{1}{5} \tau \left| \frac{E_y \text{ (mV/km)}}{B_x \text{ (nT)}} \right|^2 = \frac{1}{5} 0.2 \left| \frac{50 \times 10^{-3}}{10} \right|^2 = 4 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}, \quad (27)$$

valeur très anormale! Il est vraisemblable qu'on se trouve sur une dalle métallique!!

L'épaisseur sondée à cette période peut être estimée à partir de la longueur d'atténuation donnée par la première formule de Cagniard, soit:

$$\lambda_{em} = 500 \sqrt{4 \times 10^{-4}} \times 0.2 \cong 4.5 \text{ m}. \quad (28)$$

n°8:

Cf cours chapitres 4 et 5