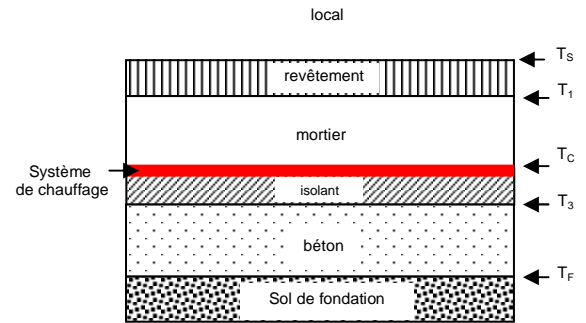


1- Étude d'un plancher chauffant

La figure ci-contre représente la coupe transversale d'un plancher dans lequel on a incorporé un système de chauffage du type PSD (plancher solaire direct). Ce système est constitué d'un tube dans lequel circule de l'eau chauffée par un capteur plan solaire extérieur. La température moyenne de l'eau en sortie du capteur plan est 40 °C. On assimilera le système de chauffage à un plan horizontal à la température uniforme $T_C=40^\circ\text{C}$. On note $T_A = 20^\circ\text{C}$ et $T_F = 7^\circ\text{C}$ respectivement la température du local et la température du sol de fondation, $h = 10 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ le coefficient d'échange par convection entre la surface du revêtement du plancher à la température T_S et le milieu ambiant à la température T_A . Les caractéristiques des matériaux constituant le plancher sont les suivantes :



Désignations	Indices	Conductivités thermiques [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]	Épaisseurs [cm]
Revêtement	❶	2,50	1
Mortier	❷	1,15	5
Isolant	❸	0,02	2
Béton	❹	1,40	10

- 1a. Calculer la puissance totale délivrée par le système de chauffage par surface unitaire de plancher chauffant. On pourra raisonner en analogie électrique (flux de chaleur \equiv intensité)
- 1b. Calculer les températures T_S , T_1 et T_3
- 1c. En déduire le pourcentage de puissance thermique perdu par le sol de fondation.
- 1d. calculer l'épaisseur d'isolant e_3 à placer pour que ces pertes n'excèdent pas 10%. On considérera que la température du sol de fondation garde la même valeur numérique.
- 1e. Calculer la puissance reçue par un local de 12 m^2 de surface.

2- Acheminement de Vapeur (Compagnie Parisienne de Chauffage Urbain - CPCU)

La CPCU doit alimenter une nouvelle commune en vapeur pour le chauffage de locaux industriels et commerciaux. La vapeur en sortie de la CPCU est à 85 atm et 488 °C. Les conduites, de faible épaisseur, ont 30 cm de diamètre. On se propose d'étudier la couche d'isolant à prévoir sur les conduites pour respecter les normes de sécurité, qui demandent que la température de surface des conduites soit en dessous de 49 °C. L'isolant utilisé sera de la magnésie ($\lambda = 0,067 \text{ kcal}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Les propriétés de cette matière ne sont cependant pas satisfaisantes au-dessus de 316 °C. Aussi devra t-on poser une couche isolante adaptée aux hautes températures (couche HT), beaucoup plus chère, entre le tuyau et la couche de magnésie. Le volume de cette couche devra être 15% de celui de l'isolant total. Le coefficient d'échange convectif est $\approx 3900 \text{ kcal}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{C}^{-1}$ côté vapeur, et $7,8 \text{ kcal}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{C}^{-1}$ du côté air. La température du local où passeront les tuyauteries est de 29,5 °C. Le but est de déterminer les épaisseurs des couches de magnésie et d'isolant HT, ainsi que la conductivité thermique λ de l'isolant HT à utiliser. On raisonnera pour 1 m de tuyau.

- 2a. À partir de la condition sur les volumes, avec d_1 le diamètre extérieur de la couche HT et d_2 le diamètre de la couche de magnésie, établir une relation entre d_1 et d_2 sous la forme $d_1^2 = \alpha d_2^2 + \beta$. Préciser les valeurs des coefficients α et β .
- 2b. On posant R_1 , R_2 , R_3 et R_4 les résistances thermiques pour 1 m de conduite respectivement de la vapeur, de l'isolant HT, de la couche de magnésie, et de l'air extérieur, établir une relation de la forme $\ln(d_2/d_1) = \chi/d_2$ en considérant la conservation du flux de chaleur (préciser la valeur de χ).
- 2c. À partir des deux équations obtenues liant d_1 et d_2 , montrer que le problème se ramène à l'étude de la fonction $f(d_2) = \alpha + \beta/d_2 - \exp(-2\chi/d_2) = 0$. On suppose que le diamètre n'excédera pas 1 m, auquel

cas d_1 et d_2 sont dans l'intervalle $] 0,3 ; 1]$, avec $d_1 < d_2$. En effectuant un développement limité de $f(x)$ à l'ordre 3 autour de la valeur $x_0 = 0,5$ (on rappelle que $f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0) + \dots + (x-x_0)^N f^{(N)}(x_0)/N! + \varepsilon(x) \cdot (x-x_0)^N$), on obtient une équation de degré 3 à résoudre de manière conventionnelle. Finalement, $d_2 \approx 0,536$. Calculer d_1 et en déduire la conductivité thermique de la couche HT.

3- Isolation de conduites de faible diamètre

Soit une conduite d'eau chaude constituée d'un tube de cuivre ($\lambda_1 = 380 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) de rayon intérieur $r_1 = 6.10^{-3} \text{ m}$ et de rayon extérieur $r_2 = 7.10^{-3} \text{ m}$. On souhaite isoler thermiquement cette conduite à l'aide d'une gaine coaxiale de rayon intérieur r_2 et de rayon extérieur r , et de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,10 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$. La température T_1 de la paroi intérieure du tube sera prise égale à celle de l'eau chaude qui circule, en régime permanent, dans le tube soit $T_1 = 80 \text{ °C}$. On note $T_A = 20 \text{ °C}$ la température de l'air ambiant, et $h = 10 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ le coefficient d'échange par convection à la surface extérieure de l'isolant (ou du tube de cuivre en l'absence de la couche isolante). On pourra raisonner sur 1 m de conduite.

- 3a. Calculer les différentes résistances thermiques de ce problème (avec $r = 15.10^{-3} \text{ m}$). Quelle approximation est-il alors possible de faire ?
- 3b. En déduire l'expression de la résistance thermique totale $R_T(r)$.
- 3c. Calculer le flux thermique Φ_1 perdu par mètre de conduite non isolée, et le flux thermique Φ_2 perdu par mètre de conduite isolée (avec $r = 8.10^{-3} \text{ m}$). Commentaires ?
- 3d. Déterminer l'expression de l'épaisseur d'isolant $r = r_M$ pour laquelle le flux thermique perdu est maximal. Calculer ce flux thermique.
- 3e. Calculer le flux thermique perdu par mètre de conduite isolée ($r = 15.10^{-3} \text{ m}$). Commentaires ?

4- Analyse dimensionnelle : résistance à l'avancement d'un bateau R_t

La résistance d'avancement (ou traînée hydrodynamique) d'un bateau est une force qui s'oppose au déplacement de ce dernier. La résistance à l'avancement résulte du frottement relatif fluide-solide qui transforme l'énergie cinétique du mouvement en chaleur et entraîne une consommation d'énergie (donc perte de la puissance fournie par l'hélice). En écoulement laminaire, où les différentes couches de fluide s'interpénètrent peu, cette résistance du fluide à l'avancement est due à sa viscosité. Lorsque la vitesse du fluide ou celle du corps solide augmente, l'écoulement devient turbulent. Les tourbillons liquides qui prennent alors naissance sont responsables de la résistance à l'avancement. Les variables intéressantes pour décrire le phénomène semblent être la longueur du navire L (la longueur de la surface de flottaison suffit à définir une maquette en conception), la vitesse d'avance du bateau V , l'accélération de la pesanteur (g intervient nécessairement dans la formation des vagues), la masse volumique de l'eau ρ , la viscosité cinématique de l'eau ν , et la tension superficielle σ . Il n'est pas nécessaire d'avoir une référence de pression car en l'absence de cavitation, la pression n'apparaît dans les équations hydrodynamiques (NAVIER STOKES) que par son gradient, ni les caractéristiques de l'air car la résistance aérodynamique est en général négligeable devant la résistance hydrodynamique.

- 4a. Quelles sont les différentes unités de R_t , L , V , g , ρ , ν , σ ?
- 4b. Écrire la matrice dimensionnelle du problème. Le nombre de vecteurs indépendants est 3. On choisit de prendre pour variables de base V et L . Est-il possible d'y adjoindre la variable g ou ν ?
- 4c. On a le choix entre ρ et σ pour compléter le système de base. On choisit d'adjoindre la variable ρ . Combien de groupes adimensionnés peut-on former. Effectuer l'analyse dimensionnelle et donner les expressions de ces groupes adimensionnés, en faisant apparaître les nombres de Reynolds, de Froude, et de Weber définis par $\mathbf{Re} = \nu/V.L$ $\mathbf{Fr} = V/\sqrt{g.L}$ $\mathbf{Wb} = \rho V^2 L/\sigma$. En déduire l'expression de R_t en fonction de ces nombres ?

Remarque : on pense que les dauphins réduisent la traînée et augmentent leur vitesse de nage par deux effets : la présence d'un mucus sur leur peau qui diminue les turbulences induites au voisinage de la peau, et des micro-ondulations de la surface corporelle. Le mucus sur la peau du dauphin est un composé macro-moléculaire dont les fils en s'étendant sur la peau des dauphins détruisent les tourbillons. Cette traînée hydrodynamique est aussi réduite par les déformations de la peau des dauphins qui empêchent la formation de tourbillons.