
Forme et structure interne

Information géophysique: structure Interne

	Mercure	Venus	Terre	Mars	Lune	Ganymede	Io
Rayon	0,38	0,95	1	0,54	0,27	0,41	0,28
Masse	0,055	0,815	1	0,107	0,012	0,018	0,015
Masse volumique	5430	5250	5515	3940	3340	1940	3554
Masse volumique non comprimée	5300	4000	4100	3800	~3300	1800	~3500
Moment d'Inertie	0,34	?	0,3355	0,3662	0,3905	0,3105	0,378
Rayon Noyau	0,8	0,55	0,546	0,5	0,25	0,30	0,50
Sismologie	NON	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON

Les premières mesures astronomiques

- Mars a deux satellites: Phobos et Deimos
 - La mesure des périodes et demi-grand axes donne la masse de Mars avec lois de Kepler
 - 0.16% (Hall, 1878), $3 \cdot 10^{-4}$ % (Mariner 4, 1965), $< 10^{-4}$ % (Mariner 9-Viking, 1976)
 - La planète est elliptique: faible perturbation de la trajectoire de Phobos: paramètre J_2
 - La planète ne se déforme pas immédiatement avec la marée de Phobos: viscosité de la planète et coefficient de qualité associé
- Paramètres géophysiques:
 - Densité moyenne : 3933.5 kg/m^3
 - Rayon moyen et aplatissement: 3389.92 km , $1/160$
 - J_2 et décalage entre centre de masse et de figure: $1,96 \cdot 10^{-3}$; 2.5 km
 - Coefficient d'atténuation moyenne : 50-150

En orbite depuis le 11 septembre 1997

JPL

Mars Global Surveyor Project MGS Spacecraft In Mapping Configuration

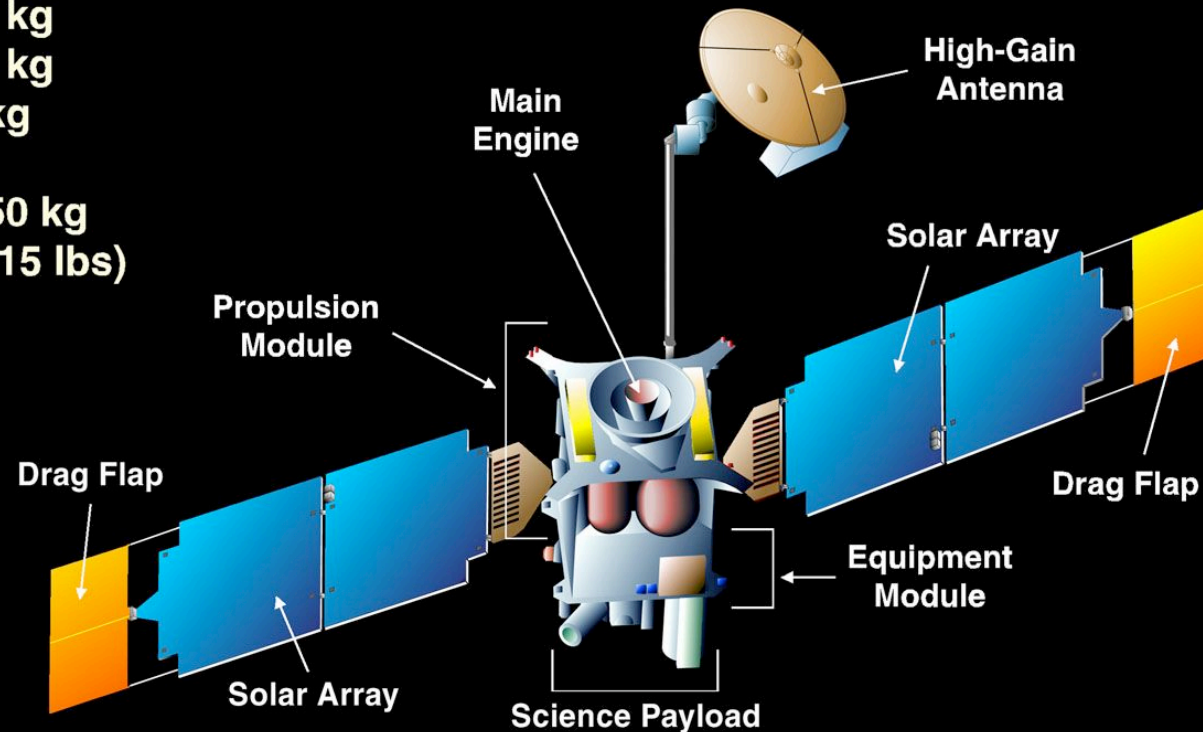


Structure Mass: 595 kg
Propellant Mass: 380 kg
Payload Mass: 75 kg

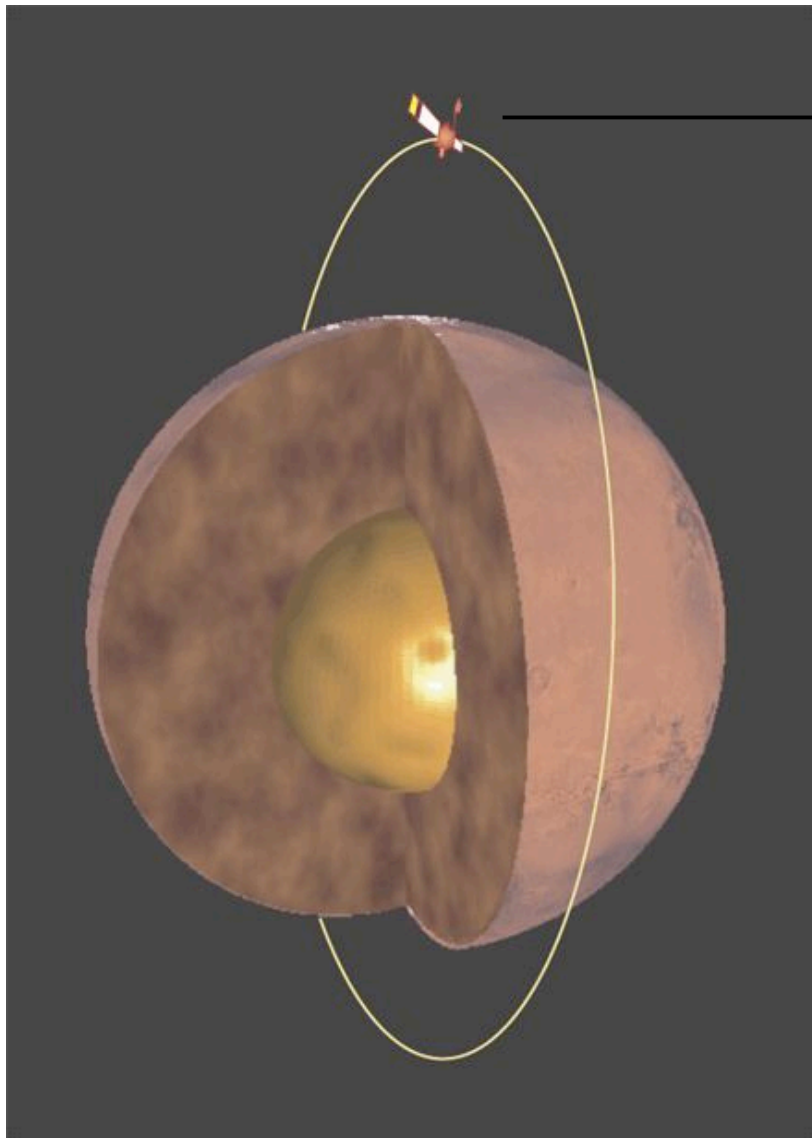
Total Mass: 1,050 kg
(2,315 lbs)

Science Payload:

Electron Reflectometer
Magnetometer
Mars Orbiter Camera
Mars Orbiter Laser Altimeter
Mars Relay Radio System
Radio Science
Thermal Emission Spectrometer



Comment mesurer la gravité depuis l'orbite?



Signal Radio vers la Terre

$$\vec{F} = m\vec{a} = \int_V \frac{G \rho dV}{|r - r_{\text{quasicentr}}|^2} \hat{r}$$

La force agissant sur le satellite dépend de la gravité

La fréquence du signal dépend de la vitesse du satellite via un effet Doppler:

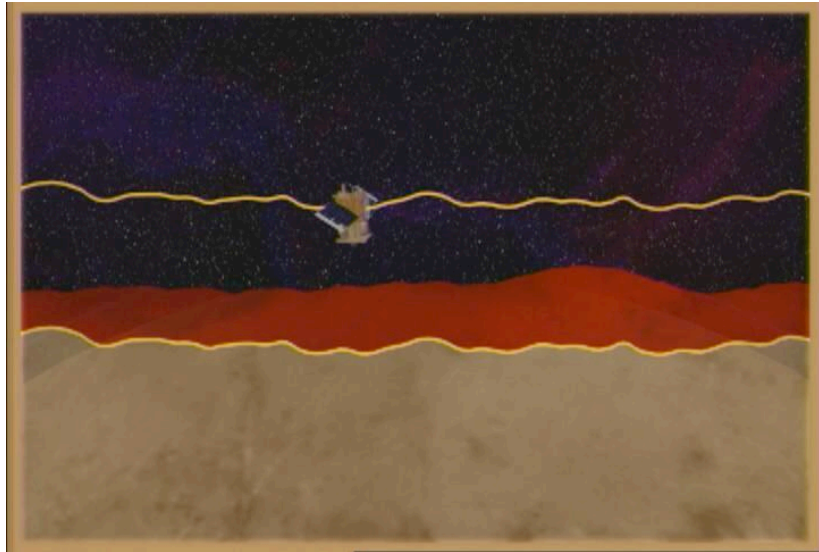
$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Comme

$$a = \frac{dv}{dt}$$

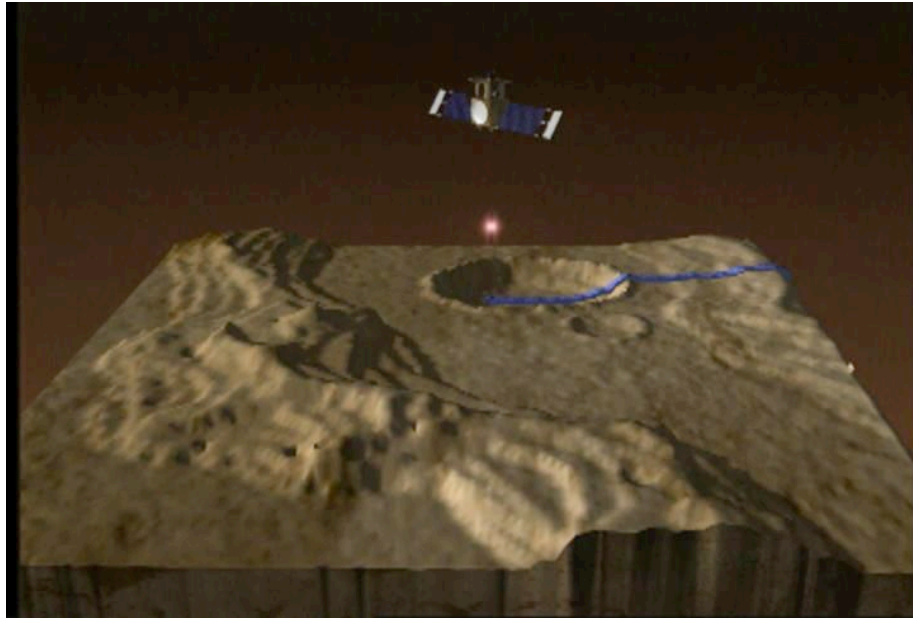
Le champ de gravité peut être obtenu après analyse

Mars: Mesures de gravité: principe et évolution



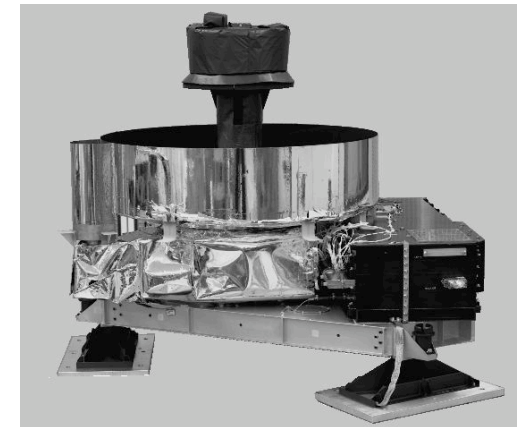
- Mariner 9: première mesure grâce à l'effet Doppler (Bande S): par exemple Lorell, 1972, Born, 1974
 - Ellipticité et grande structures $s < 4$
- Mariner 9 + Viking (Gapcynski et al., 1977, Christensen et Balmino, 1979, Balmino et al., 1982)
 - Grande structures tectoniques $s < 16$
- Mars Global Surveyor: mesure en Bande X (moins d'effets de plasma) très fine (erreur de vitesse $< 100 \mu\text{m/s}$)
 - Structure fines $s < 60-80$
 - Comparaison avec la Terre: 2/3 de la résolution de la mission GOCE, dont le lancement sera en ... 2004
 - Maintenant, une constellation de 4 satellites (MGS, Odysee, MRO, MXP)

Altimétrie: principe et historique

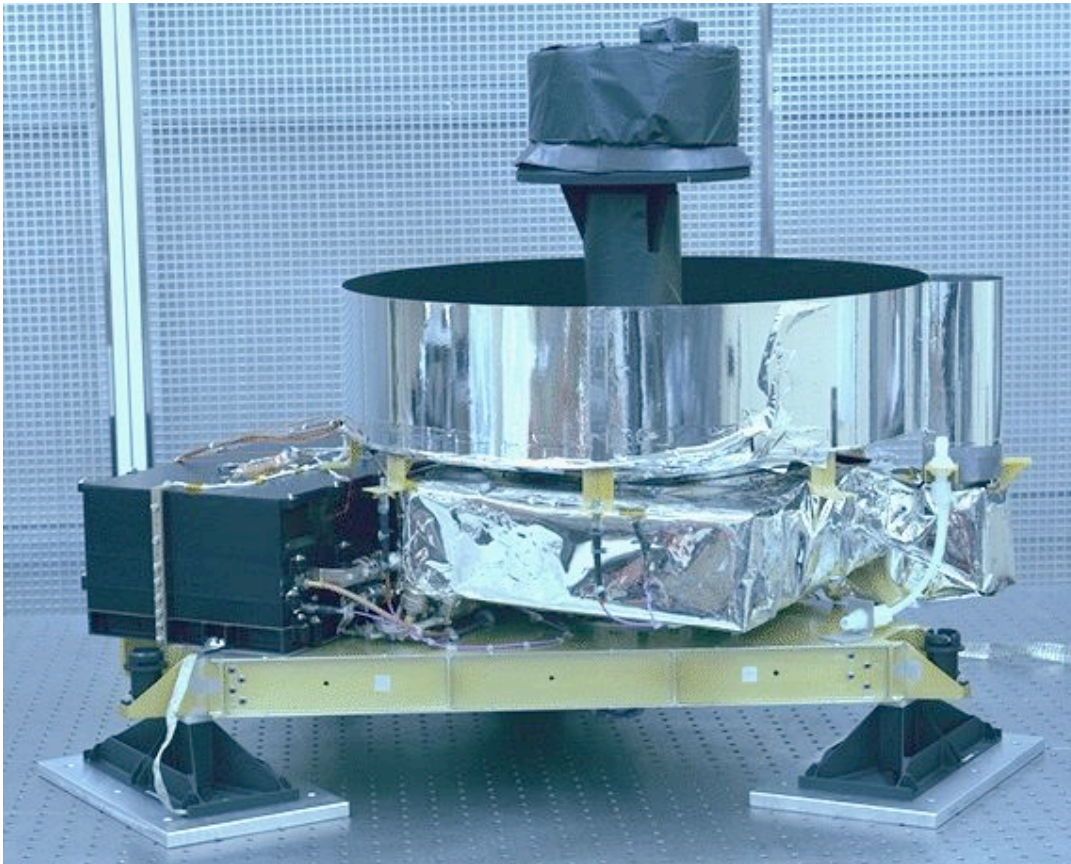


- Première mesure radar depuis la Terre (Goldstone, Aricebo, etc) 200 m de précision
- Mesure d'occultation radio des sondes Mariner 9 et Viking
 - Structure de grande échelle $s < 8$

- MGS: expérience MOLA (Zuber et al.)
 - Résolution latérale (taille du spot): 130-330 m
 - Résolution absolue: 10 m
 - Résolution relative: 35 cm



MOLA: Mars Orbiter Laser Altimeter



Range Precision: ~ 37 cm

Absolute Vertical Resolution: <10 m

Surface Spot Size: 130 m

Along Track Shot Spacing: ~ 330 m

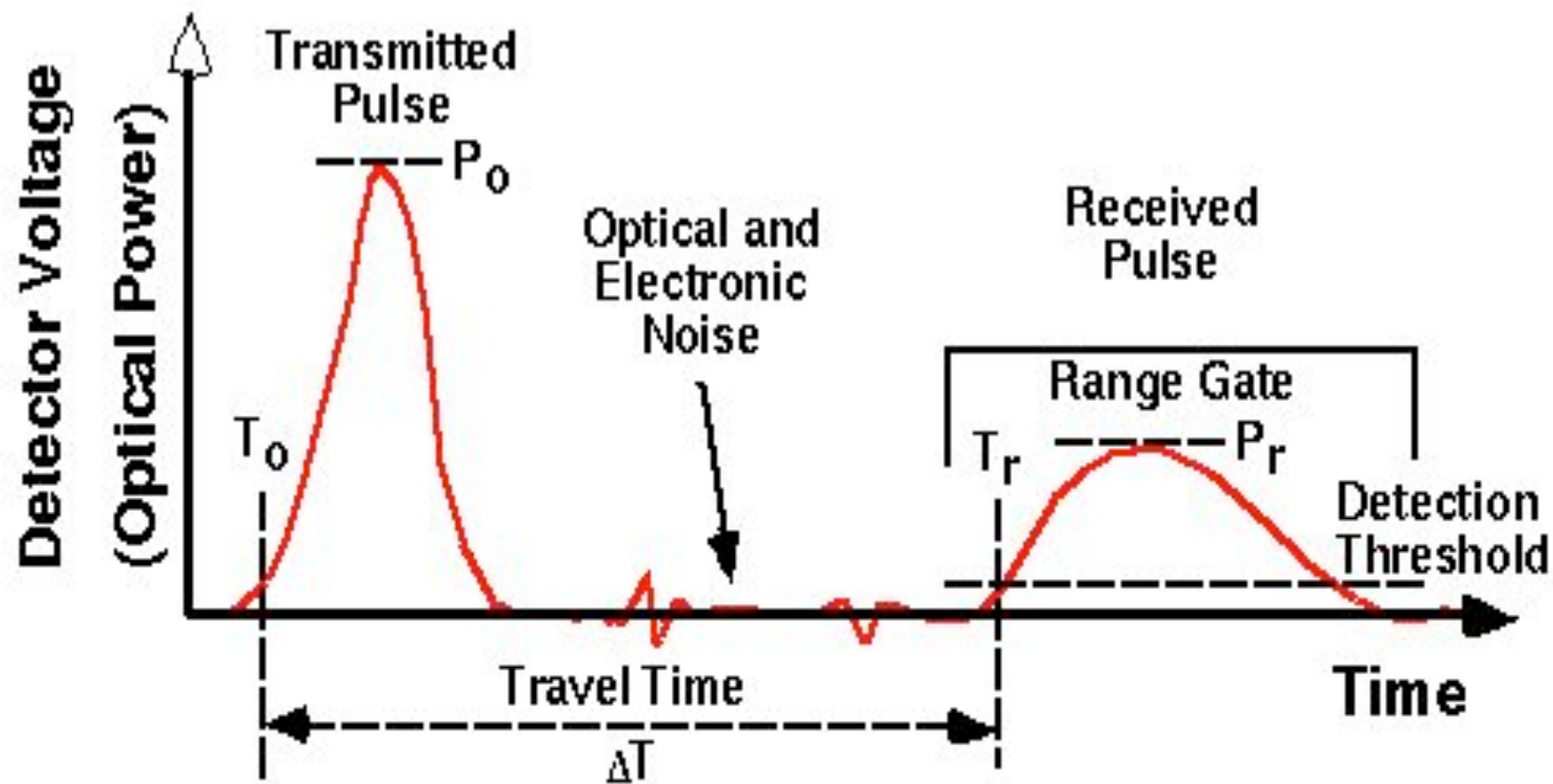
Cross-Track Spacing: ~ 1 -30 km (equator)

Mass: 25 kg

Total number of Shots: ~ 640 Million

Currently acting as a radiometer

LASER RANGING SCHEMATIC



$$\text{Range } z = c \frac{\Delta T}{2}$$

- T_0 = Transmitted pulse time
- P_0 = Transmitted pulse power
- T_r = Received pulse time
- P_r = Received pulse power

Hypothèse hydrostatique

Supposons une planète en équilibre isostatique, c'est-à-dire pour laquelle

$$0 = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g}$$

Conséquence importante :

- $\vec{\nabla}p \times \vec{\nabla}U = \rho\vec{\nabla}U \times \vec{\nabla}U = 0$, p et U sont constant sur les mêmes surfaces
- $\vec{\nabla} \times (\rho\vec{\nabla}U) = \vec{\nabla}\rho \times \vec{\nabla}U = 0$, ρ et U sont constant sur les mêmes surfaces
- La surface de la planète, de pression constante, est une équipotentielle (géoïde)

Simplifications faites...

Dans la lithosphère élastique, déviateur de pré-contraintes

- Dans le manteau, forces de viscosité associées à la convection

$$\nabla \cdot \vec{\sigma}_{visq} \approx \frac{\eta v}{L^2} \sim 0.1 \text{ Pa/m}^2 \quad (\eta = 10^{21} \text{ Pa.s}, v = 1 \text{ cm/an} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}, L = 2000 \text{ km} = 2 \cdot 10^6 \text{ m})$$

$$\rho\vec{g} \sim 5 \cdot 10^4 \text{ Pa/m}^2$$

- Dans le noyau, forces de Coriolis, Forces de Lorentz

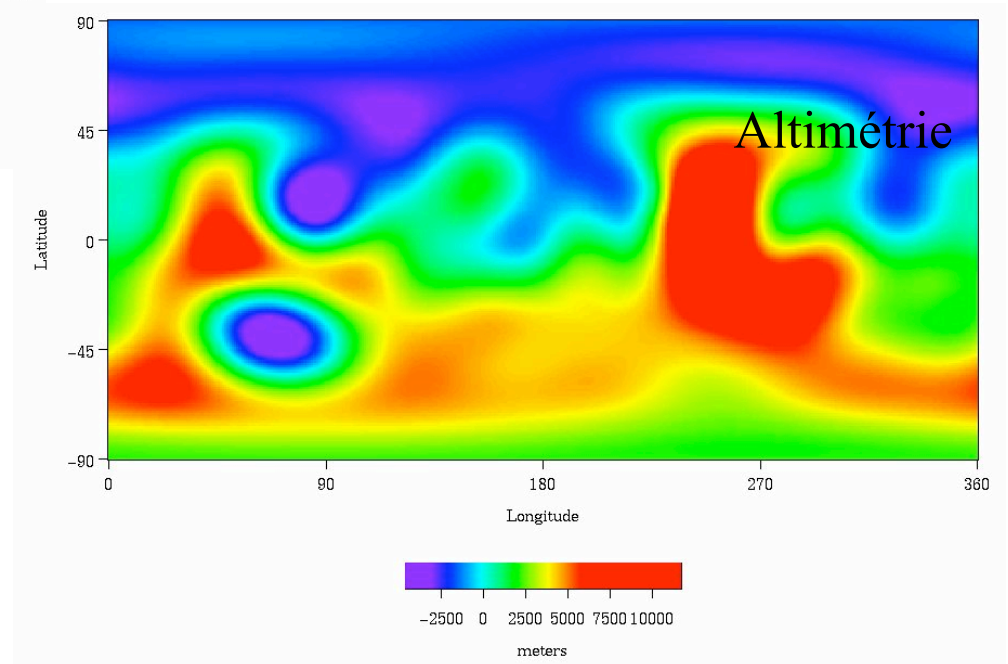
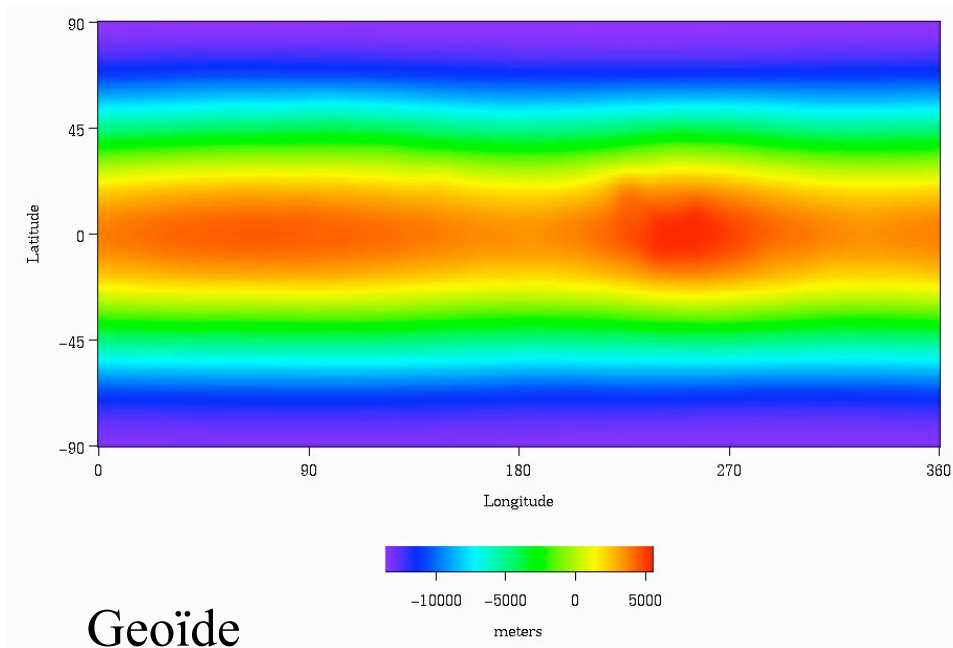
$$-2\rho\vec{\Omega}x\vec{v} \sim 10^{-8} \rho\vec{g} \quad (\Omega \sim 7 \cdot 10^{-5} \text{ s}, v \sim 0.1 \text{ cm/s} \sim 10^{-3} \text{ m/s})$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times B) \times B \quad (\text{terme magnétique 10 fois plus petit})$$

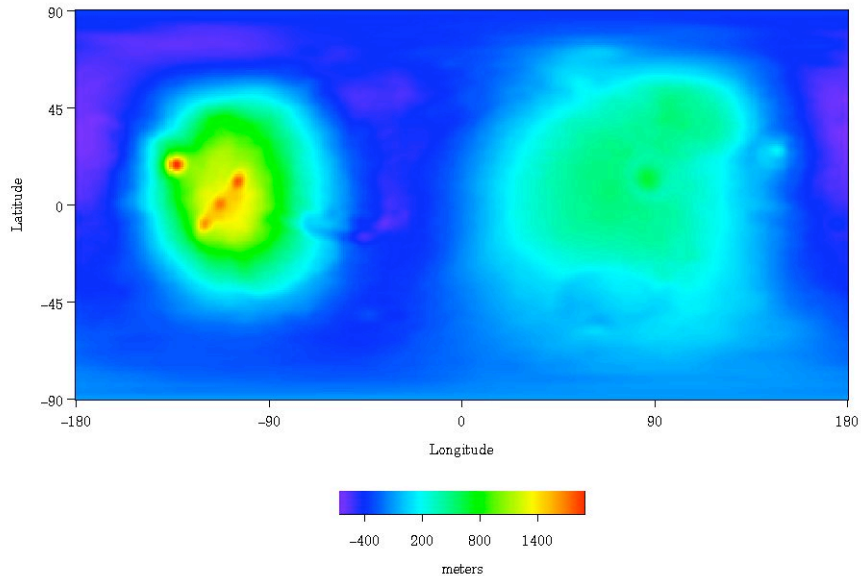
Forces de viscosité négligeables

- Précision des mesures spatiales suffisantes pour détecter les effets des courants mantelliques sur la forme de la planète.

Mariner 9... (1974)

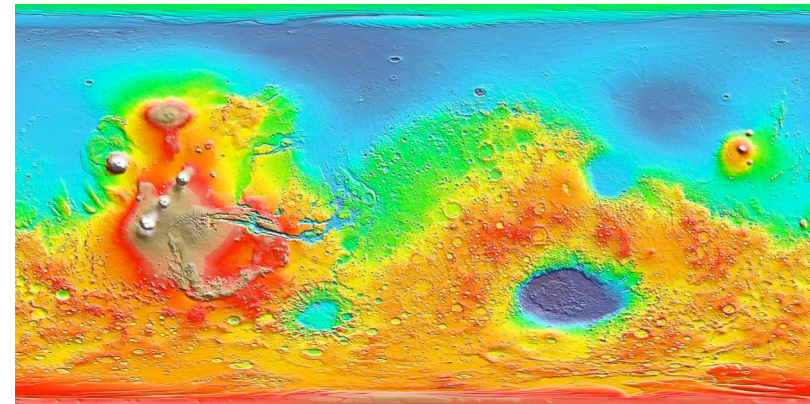


Mars Global Surveyor (1997)

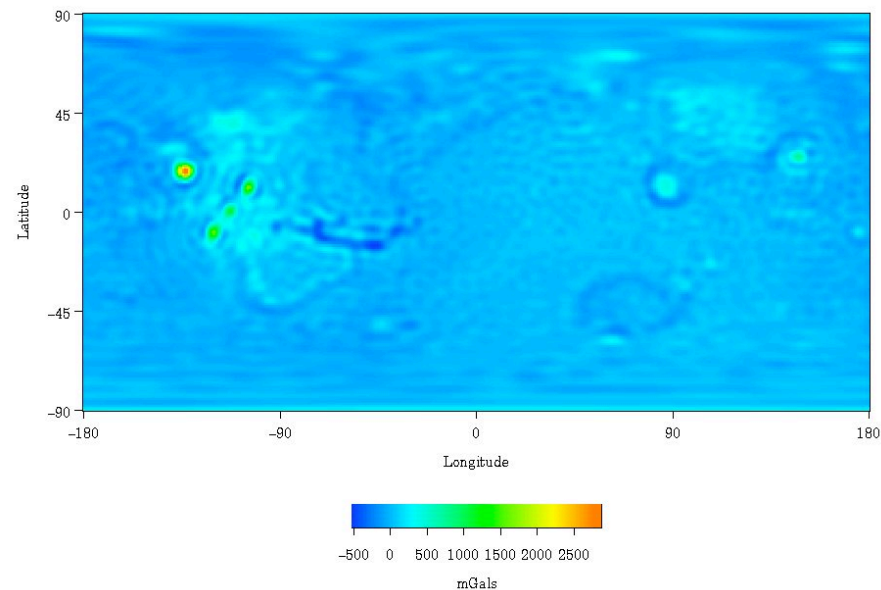


Variation du Geoïde
par rapport à
l'ellipsoïde de référence

Anomalies de gravité
du géoïde par rapport à
l'ellipsoïde de référence



Altimétrie



J_2

Pour une planète elliptique, le potentiel de gravité (pesanteur) s'écrit:

$$U = -\frac{\mathcal{G}M}{r} + \frac{\mathcal{G}Ma^2}{2r^3}J_2(3\sin^2\theta - 1), \quad \text{gravité}$$

$$U = -\frac{\mathcal{G}M}{r} + \frac{\mathcal{G}Ma^2}{2r^3}J_2(3\sin^2\theta - 1) - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2\theta, \quad \text{pesanteur}$$

où $J_2 = \frac{C-A}{Ma^2}$. J_2 et $\frac{C-A}{A}$ permettent de trouver A et C . Si la précession n'est pas connue (par exemple pour Vénus, Mercure), il faut faire l'hypothèse d'une planète à l'équilibre hydrostatique.

La surface de la planète est alors une équipotentielle, et donc

$$\begin{aligned}U_0 &= -\frac{\mathcal{G}M}{a}\left(1 + \frac{1}{2}J_2\right) - \frac{1}{2}a^2\omega^2, \\ &= -\frac{\mathcal{G}M}{c}\left(1 - \frac{1}{2}J_2\left(\frac{a}{c}\right)^2\right),\end{aligned}$$

ce qui donne après résolution

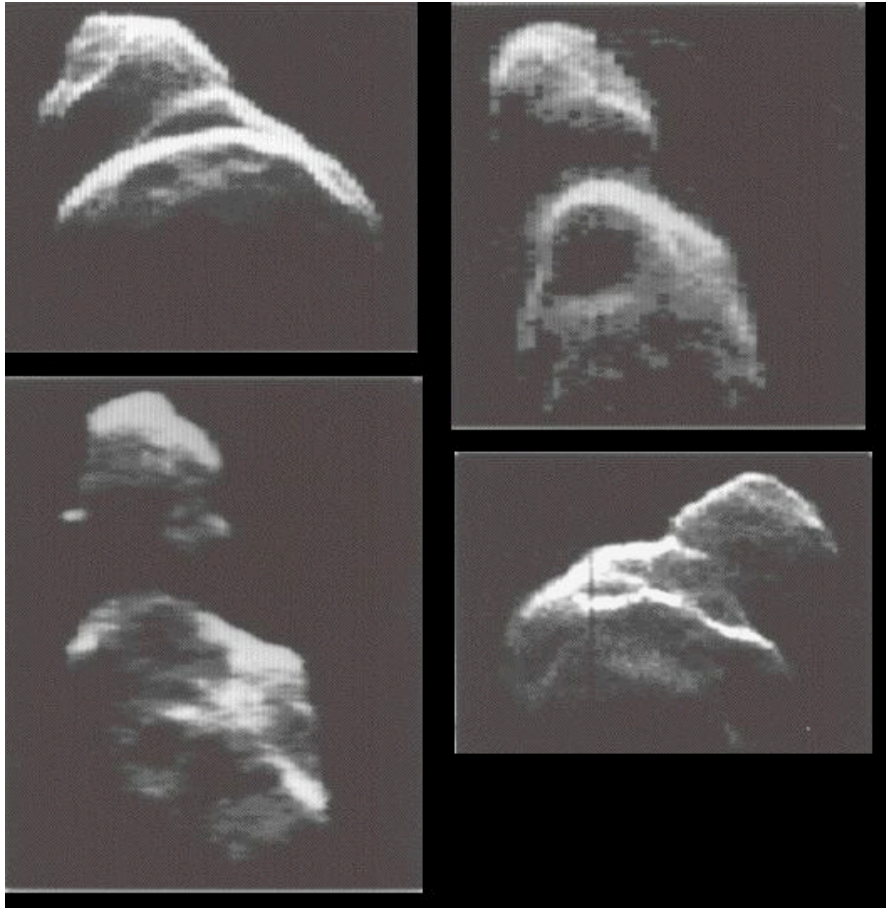
$$f = \frac{a-c}{a} = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}\frac{a^3\omega^2}{\mathcal{G}M}$$

Hypothèse hydrostatique

	$J_2 (10^{-6})$	$J_3 (10^{-6})$	$J_4 (10^{-6})$	$J_5(10^{-6})$	$J_6(10^{-6})$	q_r	I/Mr^2	$F (10^{-3})$	$\Delta F(\%)$
Mercure	60±20					10^{-6}			
Venus	4.46±0.03	- 1.93±0.02	-2.38±0.02			$6.1 \cdot 10^{-8}$			
Terre	1082.627	-2.532 ±0.002	- 1.620±0.003	-0.21	0.65	$3.45 \cdot 10^{-3}$	0.3355	3.35282	0.11
Lune	203.43 ±0.09					$7.6 \cdot 10^{-6}$	0.3932	0.7509	58.85
Mars	1960.5±0.2	31.5±0.5	-15.5±0.7			$4.57 \cdot 10^{-3}$	0.3662	6.117	14.57
Jupiter	14736±1	0	-587±5	0	31±20	0.089	0.254	64.87	-2.67
Saturn	16298±10	0	-915±40	0	103±50	0.155	0.210	97.96	-4.07
Uranus	3343.4±0.3	0	-28.9±0.5			0.029	0.23	22.93	14.89
Neptune	3411±10	0	-35±10			0.026	0.23	17.08	-6.06
Io	1863±90						0.378 ±0.005		
Europe	438±9						0.348 ±0.002		
Ganymède	127±3						0.3105 ±0.003		
Callisto	34±5						0.358 ±0.004		

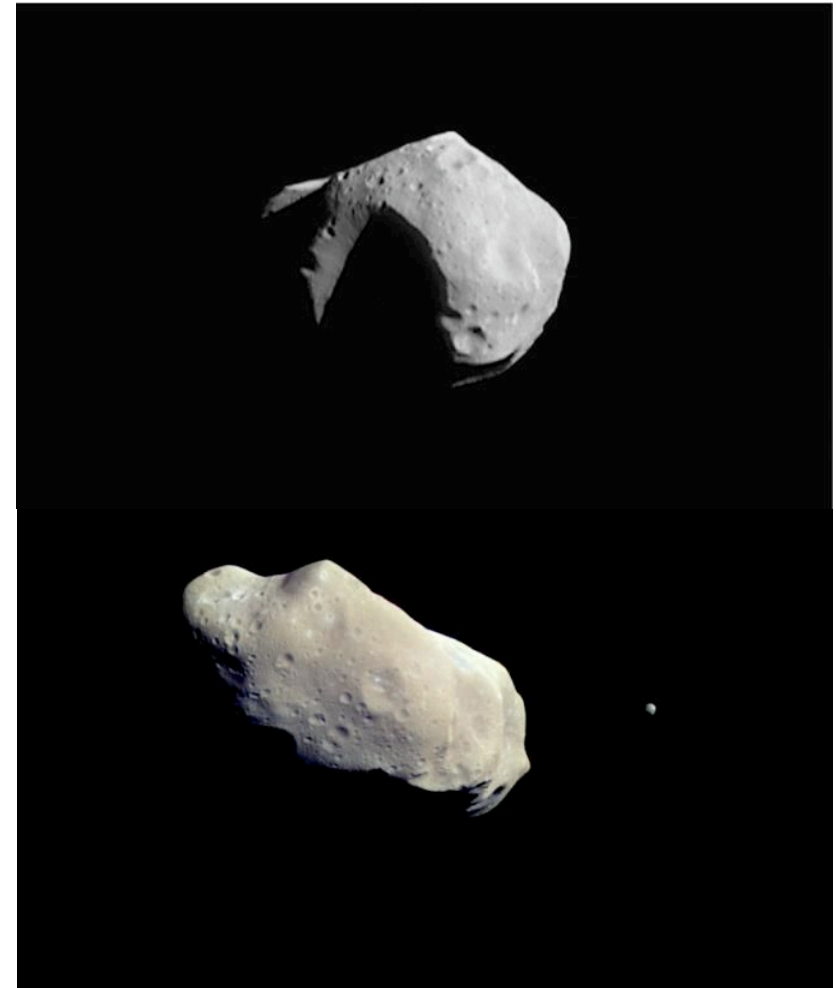
- Planètes telluriques... de moins en moins vrai avec la taille
- Planète géante... effets non linéaire de la théorie

Cas extrême non-hydrostatique



Toutatis (4 km x 2.5 km)
Image Radar-Goldstone

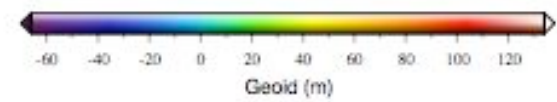
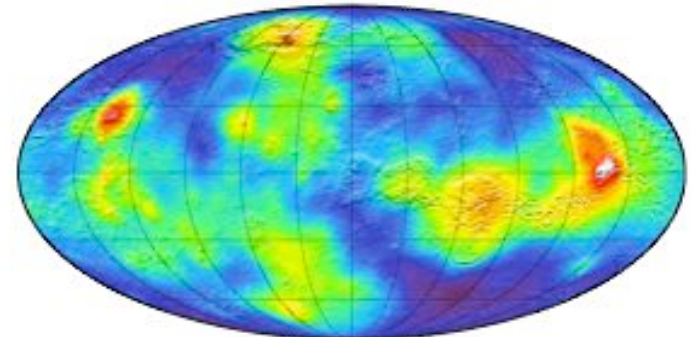
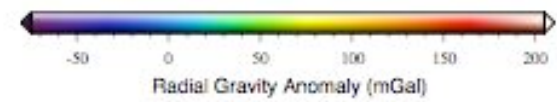
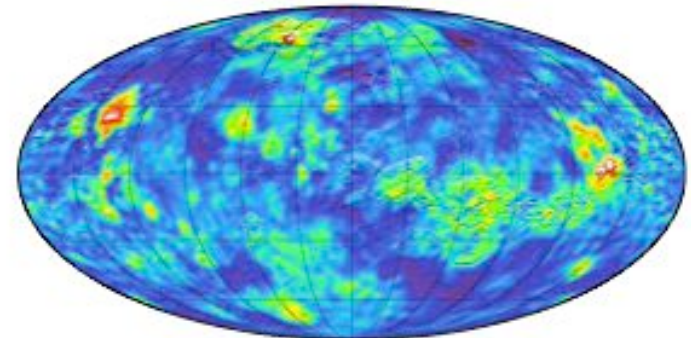
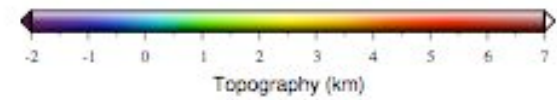
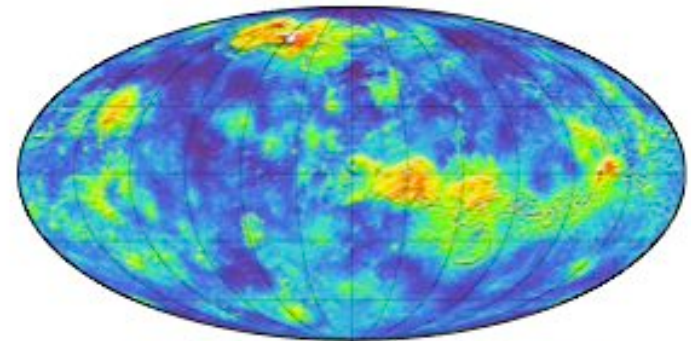
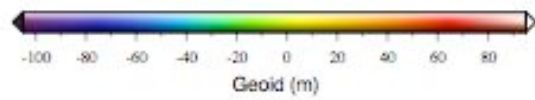
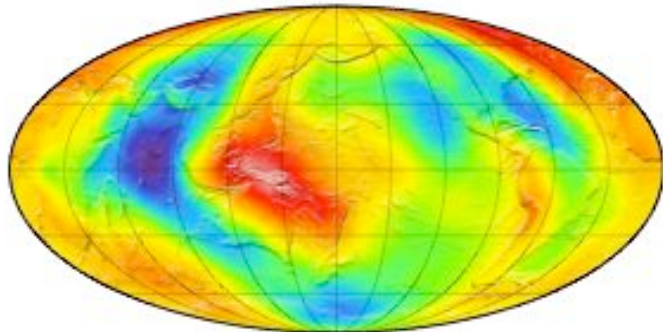
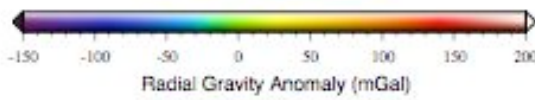
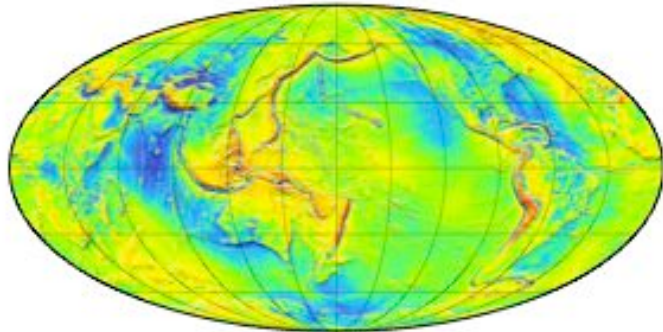
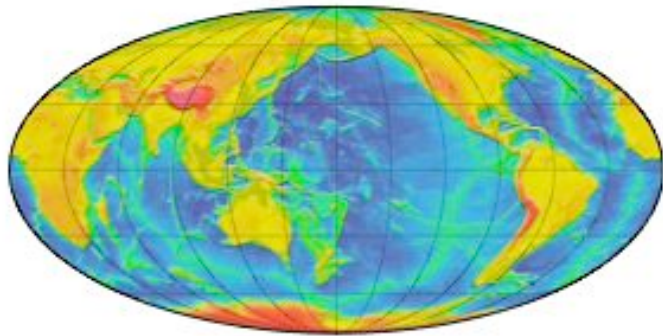
Mathilde (59kmx47 km) -NEAR



IDA (58kmx23) - Galiléo

Comparaison des formes et champs de gravité

- Tompographie
- Anomalie de gravité à la surface
 - Géοide (équipotentielle)



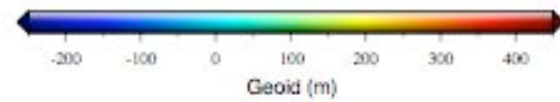
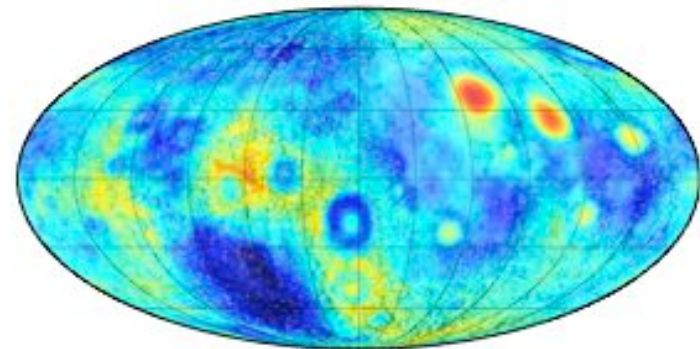
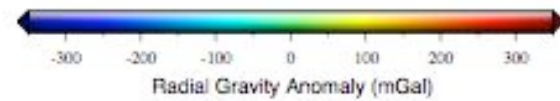
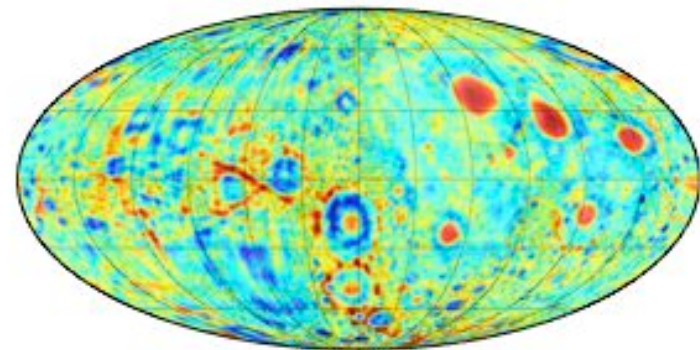
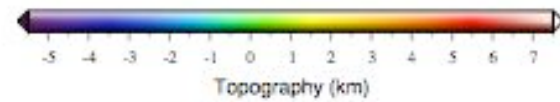
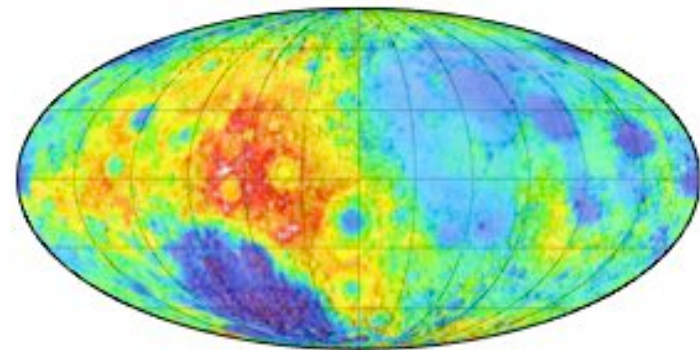
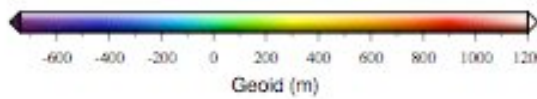
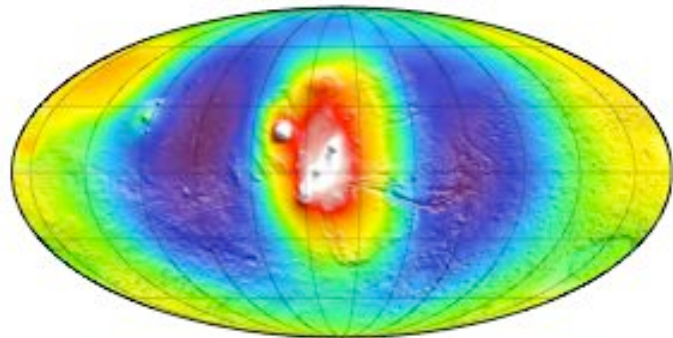
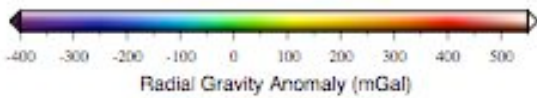
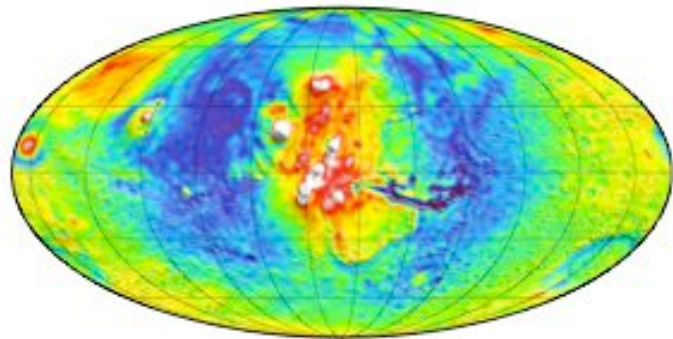
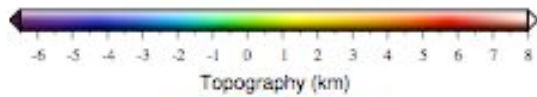
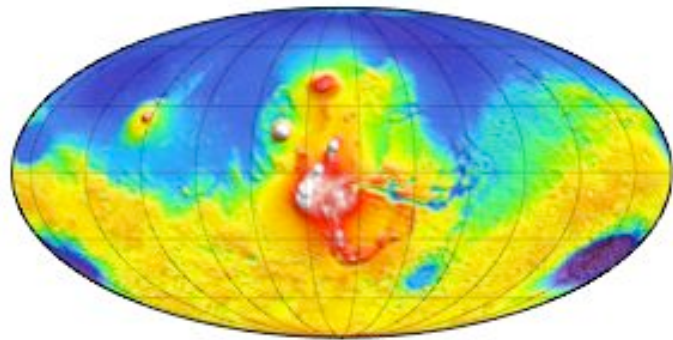
←-

Terre

->

Venus

Wieczorek, 2006



<-

Mars

->

Lune

Wieczorek, 2006

Structure profonde: J_2 et les moments d'inertie

Comment mesurer A et C? (1/2)

Considérons une planète en rotation autour de son centre de gravité. Cette planète subit un certain nombre de forces extérieures, telles que les forces de gravités des autres astres qui, par l'intermédiaire de la force de marée produiront des variations temporelles du moment cinétique. Ce dernier n'est donc pas isolé, et va varier dans le temps, tant en amplitude qu'en direction. On peut préciser ce problème en écrivant le théorème du moment cinétique dans le repère mobile lié à la planète. Dans ce repère, le moment cinétique vaut

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= \int dV \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}), \\ &= (pA, qB, rC)\end{aligned}$$

où A, B, C sont les moments d'inerties par rapport aux axes x, y, z de la planète, qui valent

$$\begin{aligned}A &= \int dV \rho(y^2 + z^2), \\ B &= \int dV \rho(x^2 + z^2), \\ C &= \int dV \rho(x^2 + y^2)\end{aligned}$$

Comment mesurer A et C? (2/2)

La dérivation du moment cinétique dans le repère mobile conduit alors aux équations On peut alors appliquer le théorème du moment cinétique par rapport au repère tournant, ce qui donne alors

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{J}}{dt} &= \frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J} \\ &= (qr(C - B), pr(A - C), pq(B - A))\end{aligned}$$

et on obtient alors finalement les équations qui régissent la rotation d'une planète, dites équations d'Euler

$$\begin{aligned}A\frac{dp}{dt} + (C - B)qr &= L \\ B\frac{dq}{dt} + (A - C)rp &= M \\ C\frac{dr}{dt} + (B - A)pq &= N\end{aligned}$$

Cas elliptique:

A=B

Paramètre:

(A-C)/A

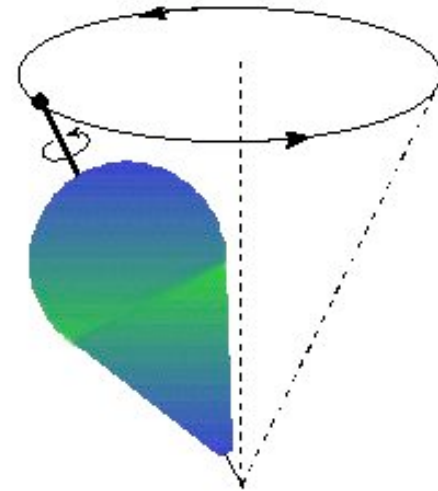
Mouvement libre

- Mouvement périodique de 305 jours théorique
- Observation (mode de Chandler)=435 jours
 - Déformation de la Terre lors de la rotation

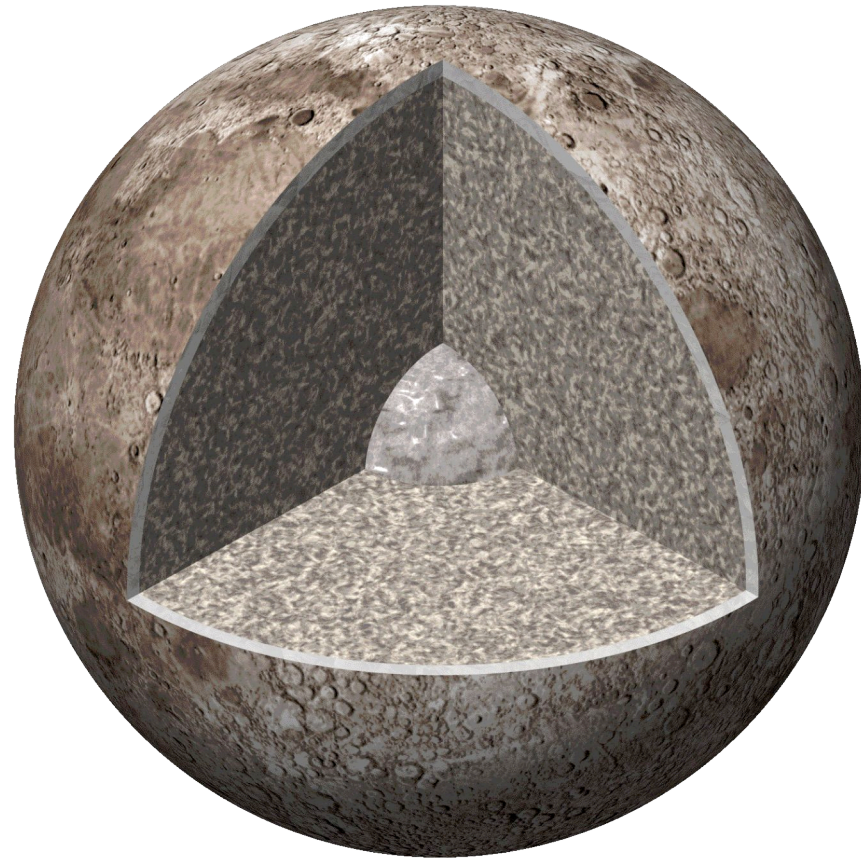
Mesurer le moment d'inertie

- Etude de la rotation des planètes
- Pour la Terre, première étude faite par Hyparque vers 130 AC
 - Période de précession de 26 000 ans
- La rotation est connue avec précision
 - depuis les missions Apollo pour la Lune
 - Depuis le mission Pathfinder pour Mars
 - Elle reste inconnue pour Mercure et pour Vénus
- Les forces sont connues avec précision

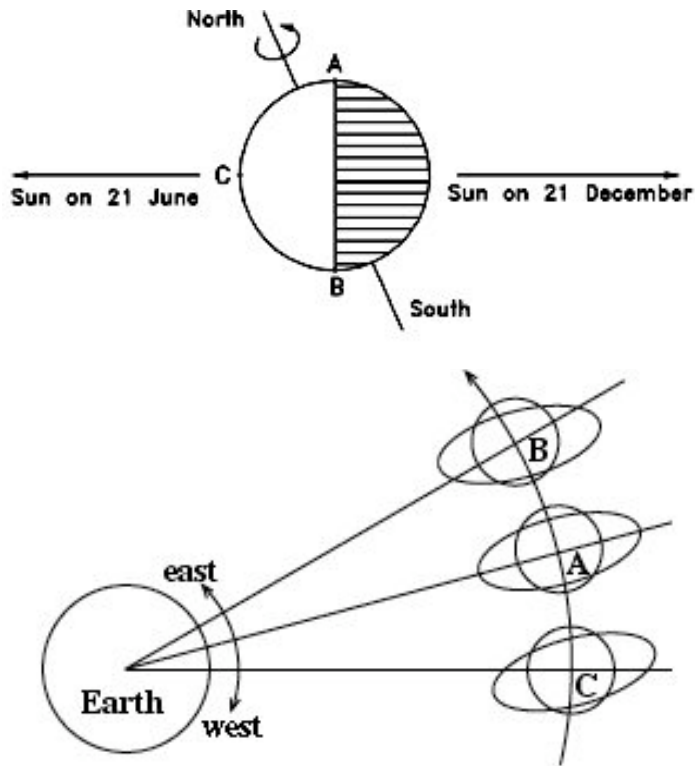
$$\vec{L} = M_s \vec{R} \times \vec{\nabla} V_{attraction}$$



Lune...



Rotation de la Lune et librations



- rotation synchrone
- libration géométrique (associées à l'orientation de l'axe de rotation sur l'ecliptique: $6^{\circ}50'$, effet de rotation/ellipticité: $7^{\circ}54'$, effet de taille finie: 1°)... pas d'information mais 59% de la surface de la Lune visible
- libration physique (pôle-à-pôle, 1.5° , longitudinale: $0.25'$)

Interpretation

$$I = \int dV \rho d^2 \approx \frac{2}{3} \int dV \rho r^2$$

Cas homogène

$$\frac{I}{Ma^2} = 0.4$$

$$-\frac{dP}{dr} + \rho g = 0$$

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} \rho r^3$$

$$g = -G \frac{M(r)}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3} \rho r$$

d'où

$$P = P_s + \frac{2\pi G}{3} \rho^2 (a^2 - r^2)$$

Cas compressible

$$\rho \vec{g} - \nabla p = \vec{0}$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$$

$$\nabla \cdot \vec{g} = -4\pi G \rho$$

d'où, si $K=K_0+bp$ ($K_0=1.5 \cdot 10^{11}$ Pa, $b=8$)

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{\xi}{a^2} (a^2 - r^2) - \frac{\eta}{a^4} (a^2 - r^2)^2 \right]$$

avec

$$\xi = \frac{2\pi}{3} \frac{G \rho_0^2 a^2}{K_0}, \eta = \frac{2\pi^2}{9} \frac{b G^2 \rho_0^4 a^4}{K_0^2} = \frac{1}{2} b \xi^2$$

et

$$M = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_0 \left(1 + \frac{2}{5} \xi - \frac{8}{35} \eta \right), I = \frac{8\pi}{15} a^5 \rho_0 \left(1 + \frac{2}{7} \xi - \frac{8}{63} \eta \right)$$

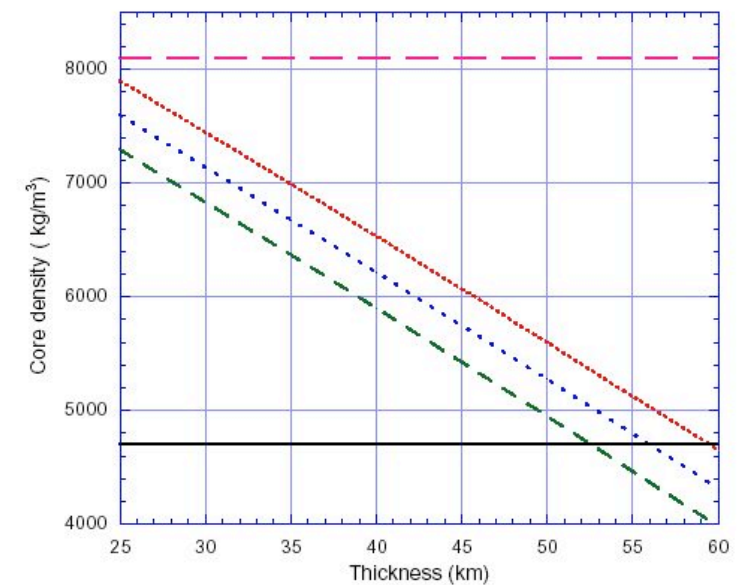
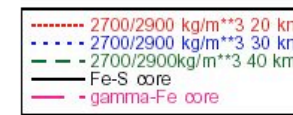
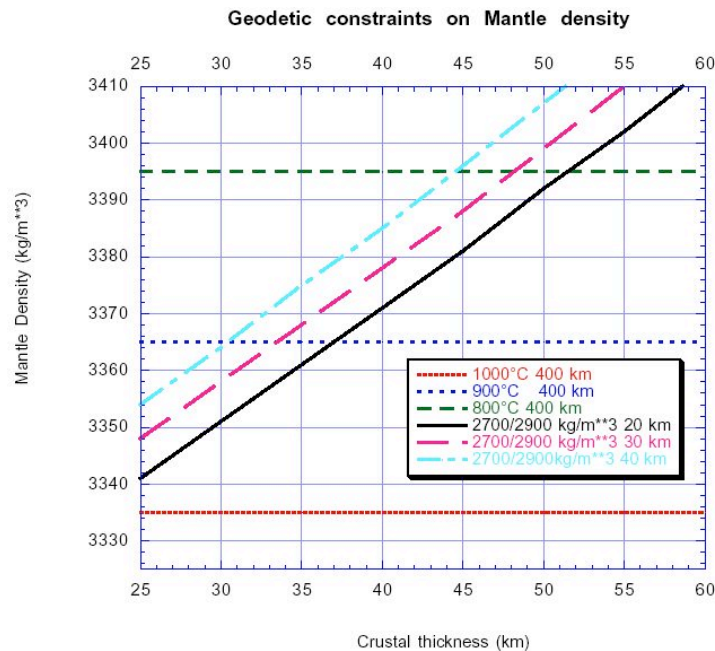
$$\frac{I}{Ma^2}$$

$$= 0.4 \left[1 - \frac{4}{35} \xi + \frac{8}{1575} (9 + 10b) \xi^2 \right]$$

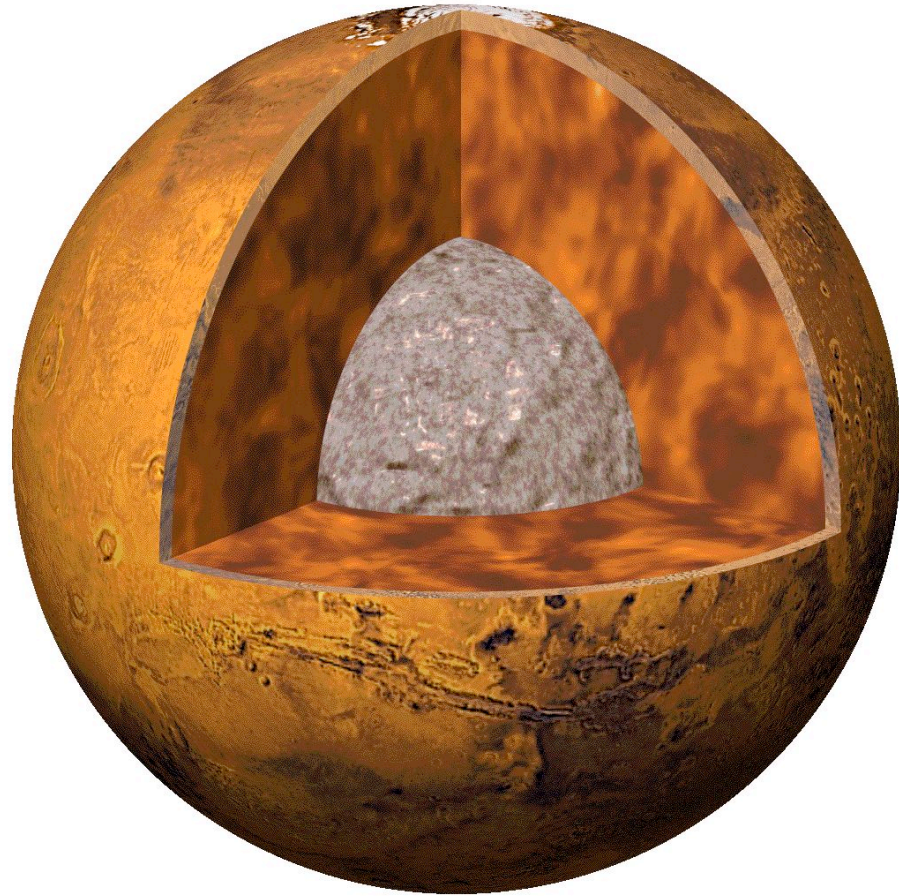
$$= 0.3986$$

Lune

- Nécessité de réduire encore le moment d'inertie par des gradients de densité avec la profondeur
 - Croûte ($2900\text{-}3000\text{ kg/m}^3$, 40-70 km)
 - Noyau ($4000\text{-}8000\text{ kg/m}^3$, 300-500 km)
- Mais indétermination forte (2 données, 5 paramètres pour un modèle à trois couches..)



Mars



Mesure pour Mars

- Mesures de Doppler et de distance de Pathfinder, 20 ans après Viking
- Mesure directe de la vitesse de précession des équinoxes
- Le moment d'inertie est déduit à partir de l'équation de la rotation de la planète
 - Calcul des moments exercés par l'attraction des autres planètes

Constante de précession:

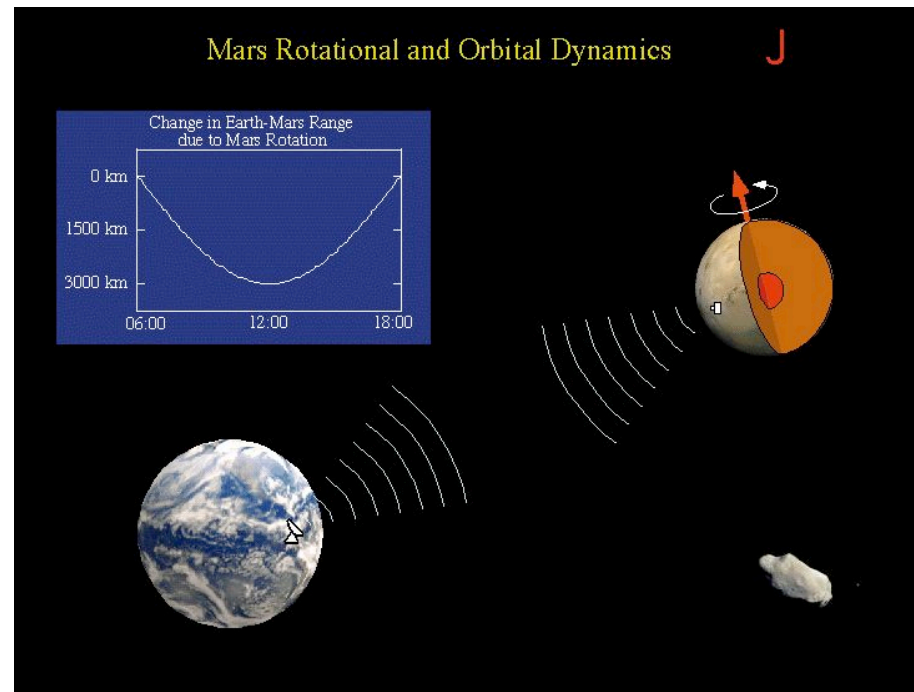
-7576 ± 35 mas/an

Période de précession:

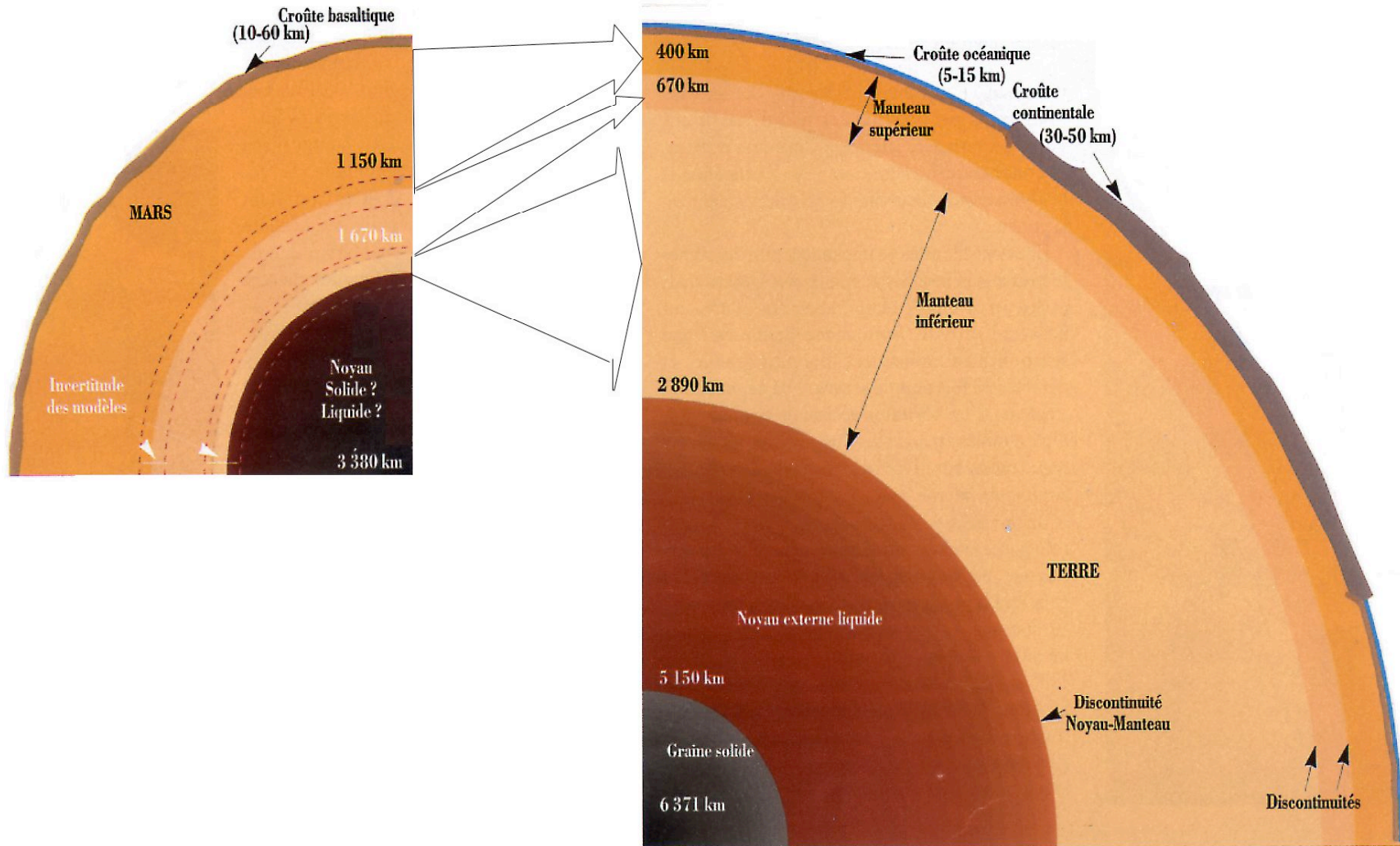
170 000 ans

Moment d'inertie C

$C/Mr^2 = 0.3662 \pm 0.0017$

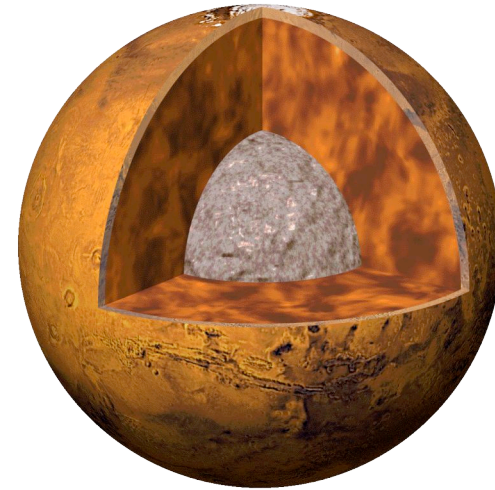
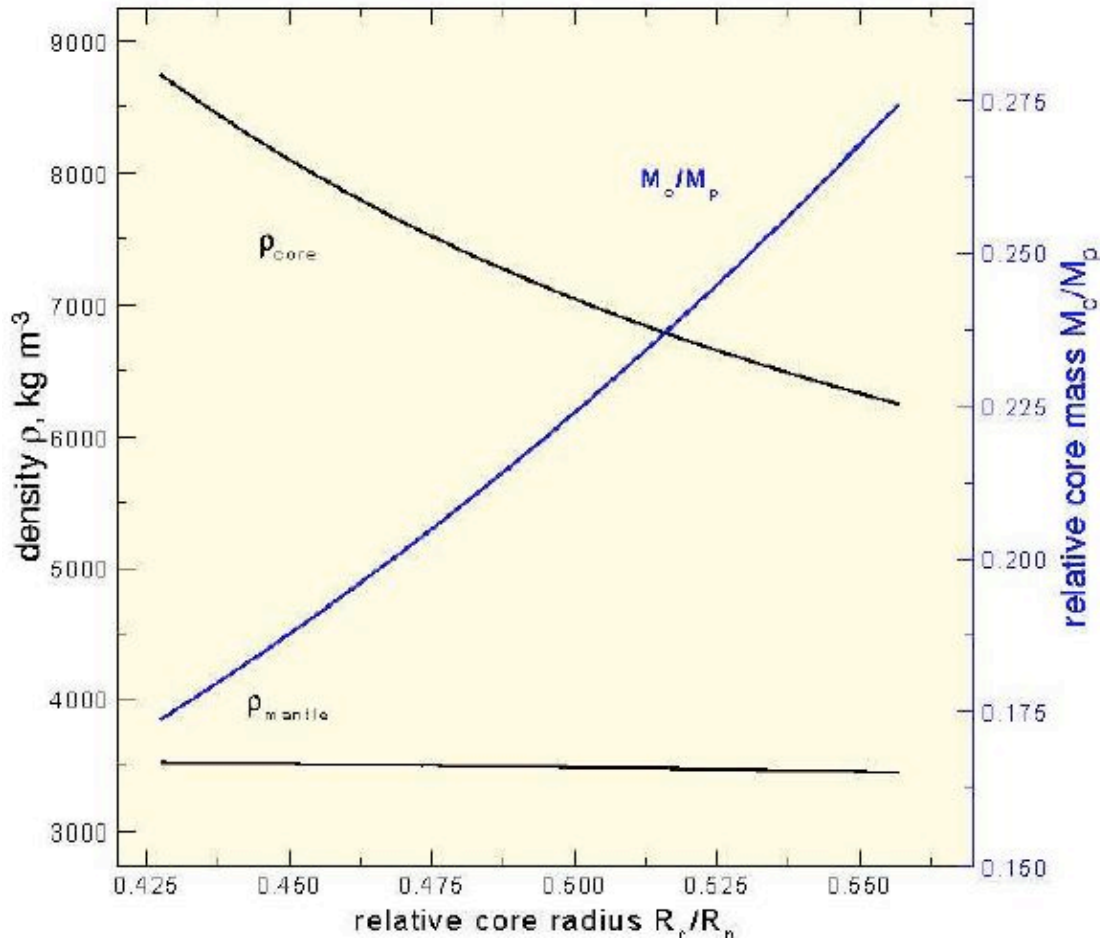


Structure interne a priori



Mars et son noyau

Mantle and Core Densities and Core Mass Fraction

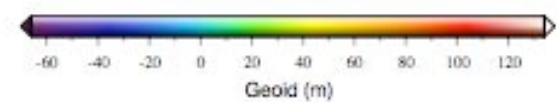
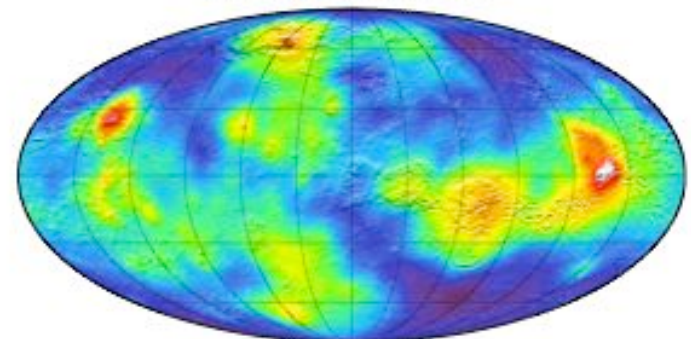
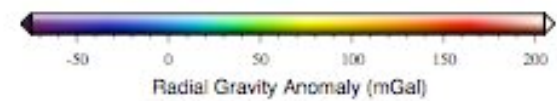
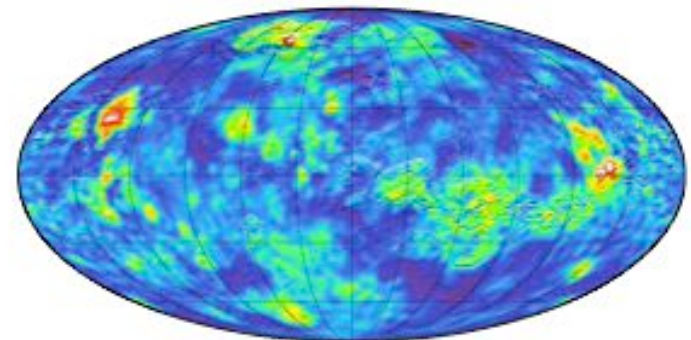
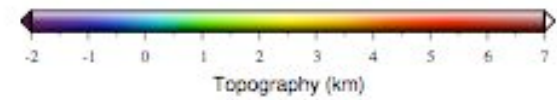
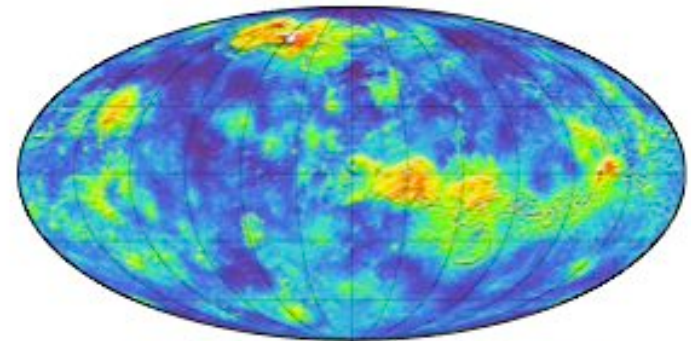
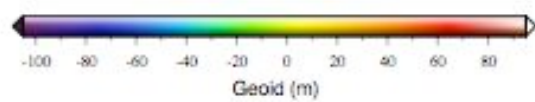
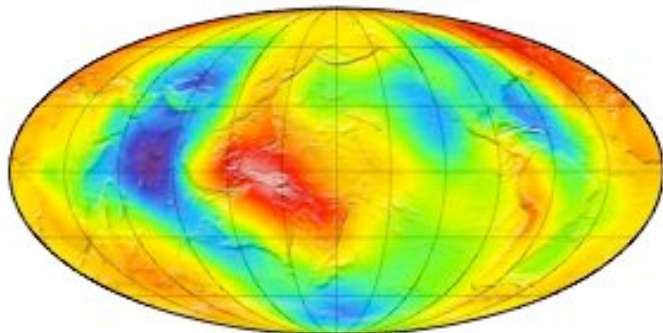
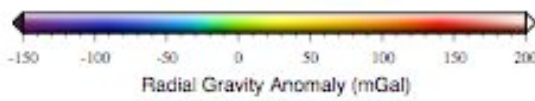
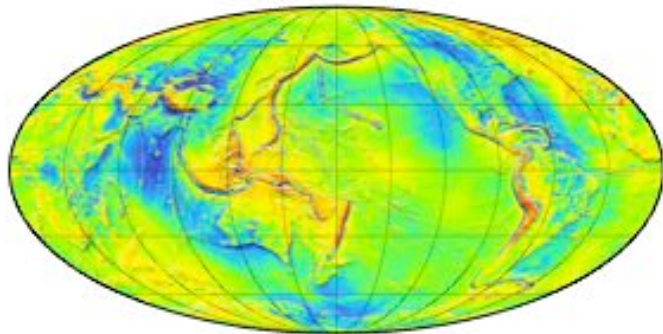
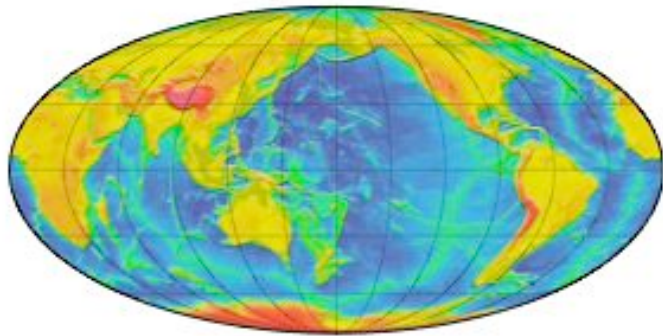


Mars

- **2 nombres sont disponibles**
Si la densité du manteau est donnée, deux nombres peuvent être estimés (taille et densité du noyau)

Comparaison des formes et champs de gravité

- Topographie
- Anomalie de gravité à la surface
 - Géοide (équipotentielle)



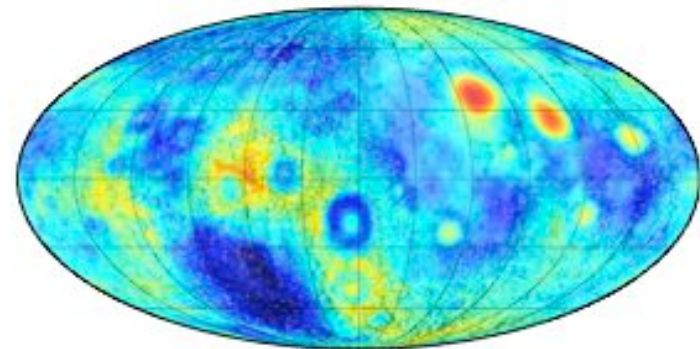
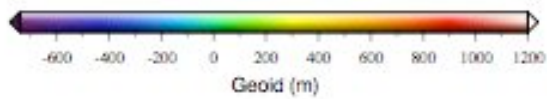
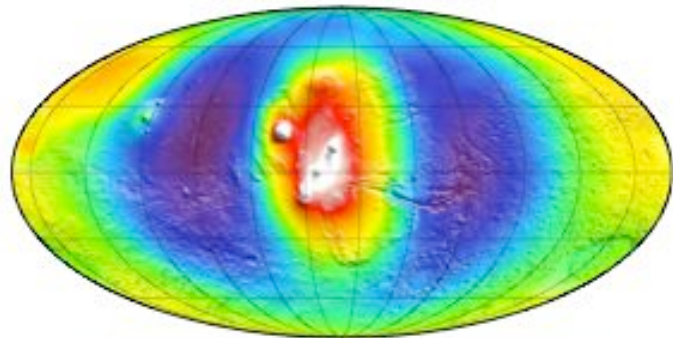
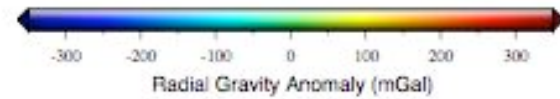
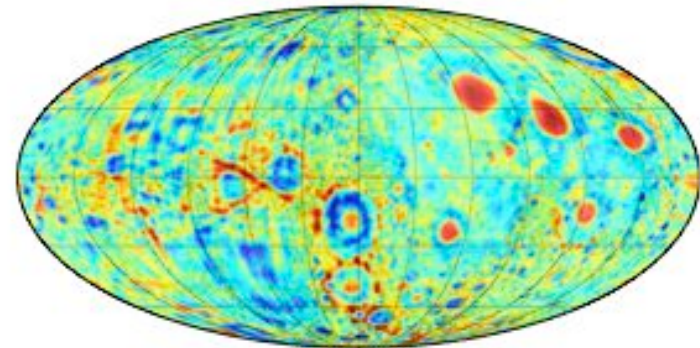
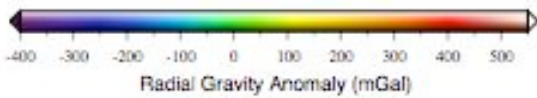
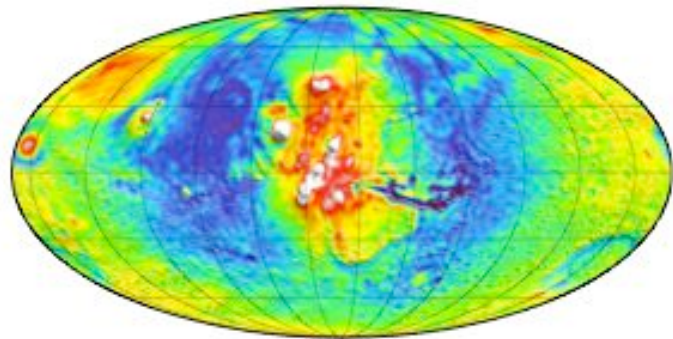
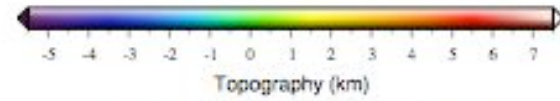
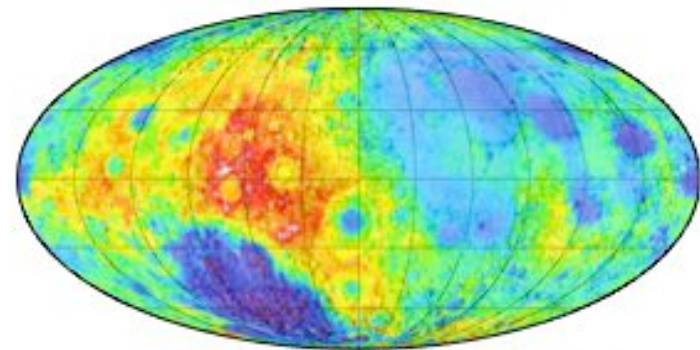
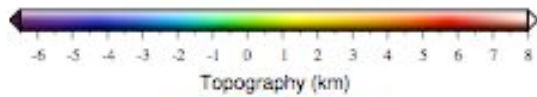
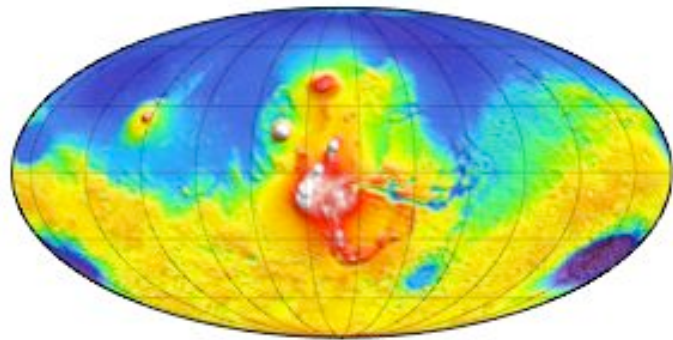
←-

Terre

->

Venus

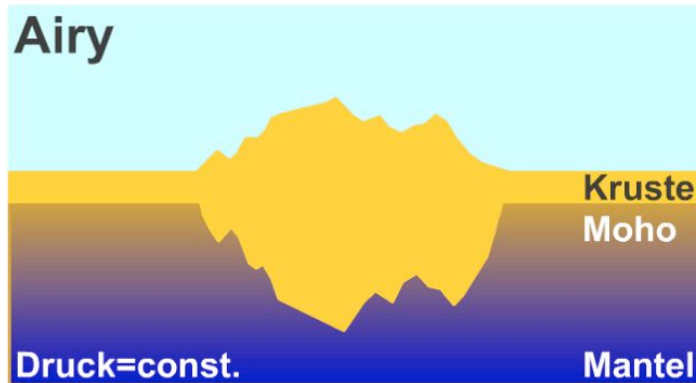
Wieczorek, 2006



<-
 Mars
 ->
 Lune

Wieczorek, 2006

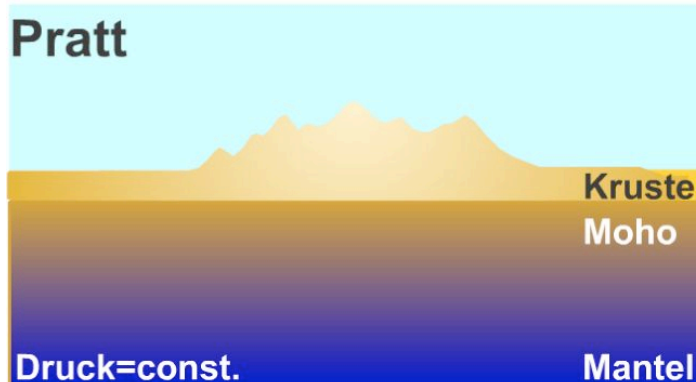
Compensation des reliefs (Isostasie)



Compensation d'Airy

1. La croûte rigide flotte sur le manteau.
2. Topographie de surface implique une racine
3. La pression à une certaine profondeur dans le manteau est constante

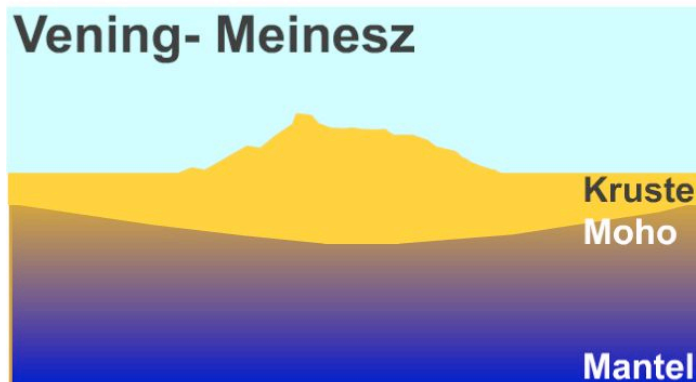
$$h \rho_c = (\rho_m - \rho_c) b$$



Compensation de Pratt

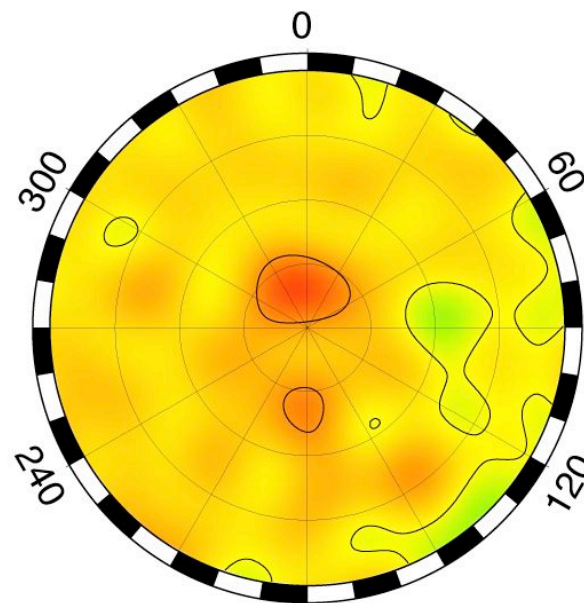
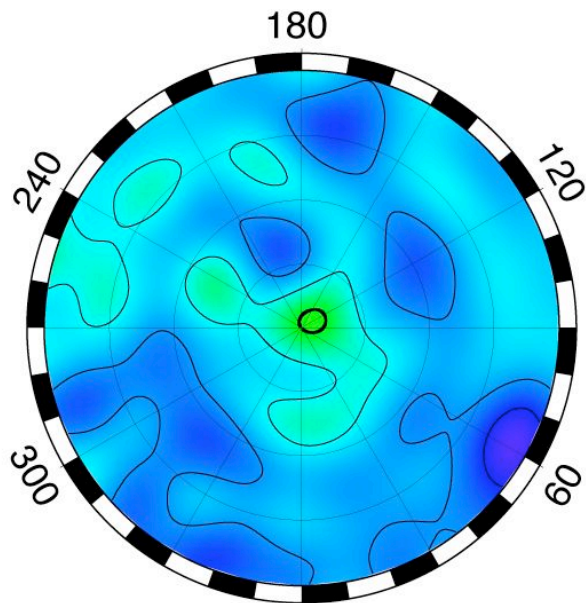
1. La pression à la base de la croûte est constante.
2. Là où les altitudes sont hautes, la densité est faible

$$H_0 \rho_0 = (H_0 + h) \rho$$

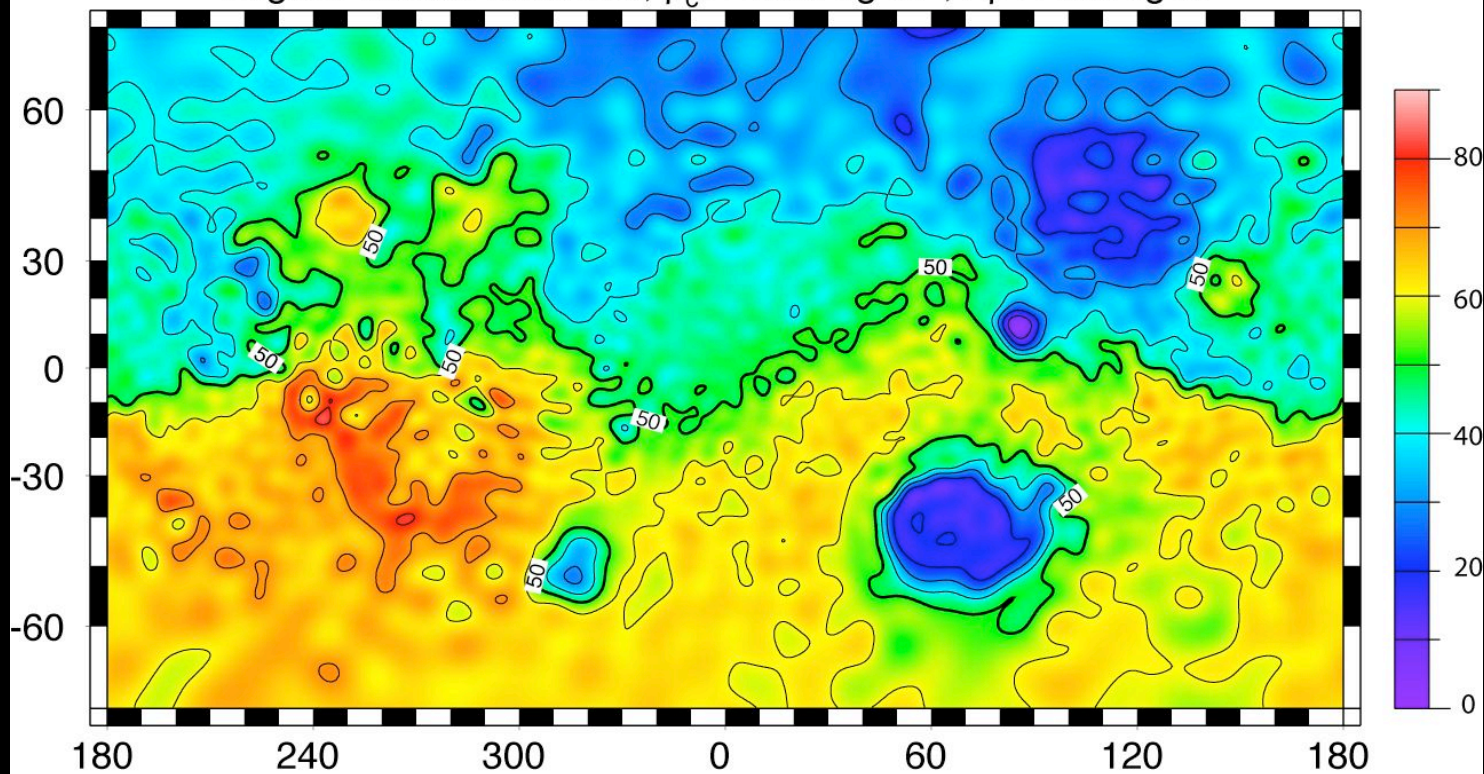


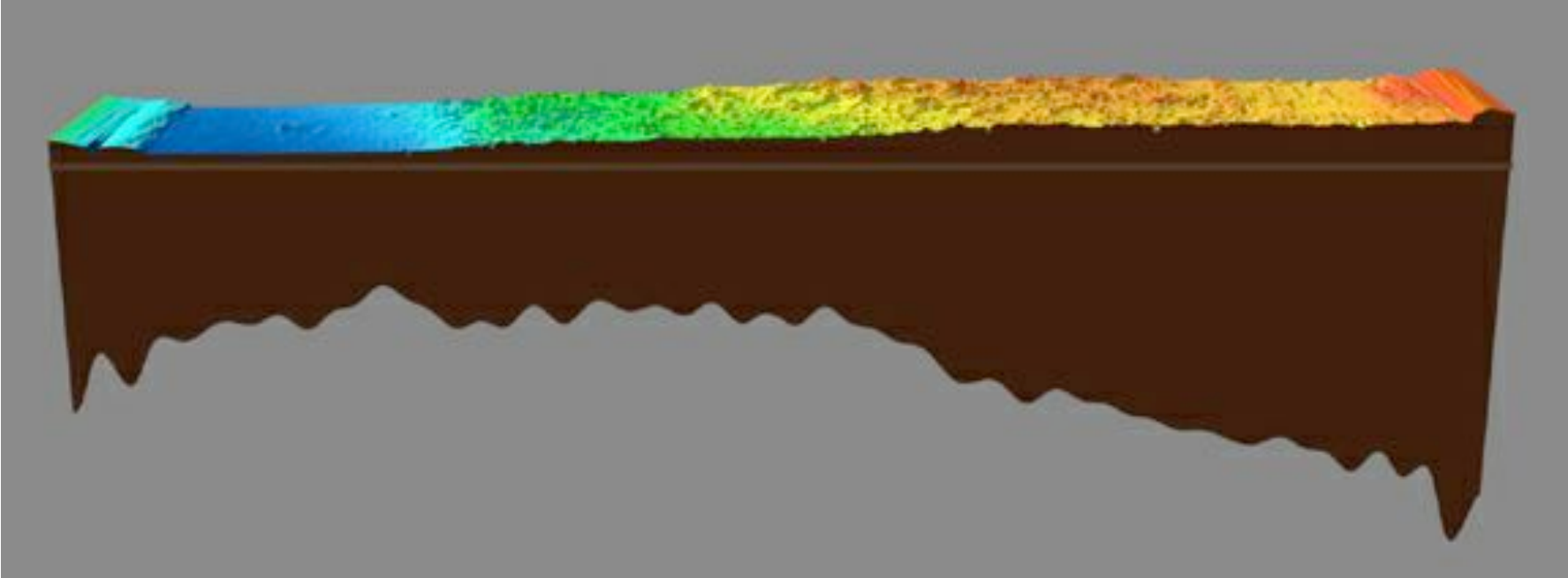
Flexure

1. Les contraintes élastiques de la croûte supporte une partie de la charge
2. Si l'épaisseur élastique est nulle, la compensation d'Airy s'applique

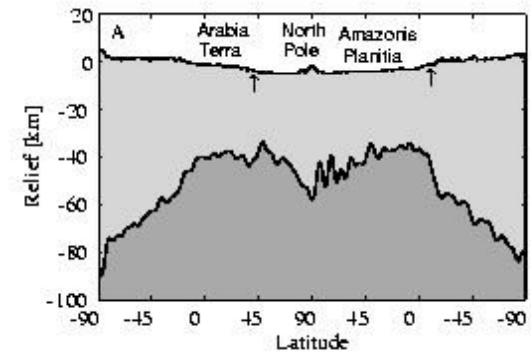
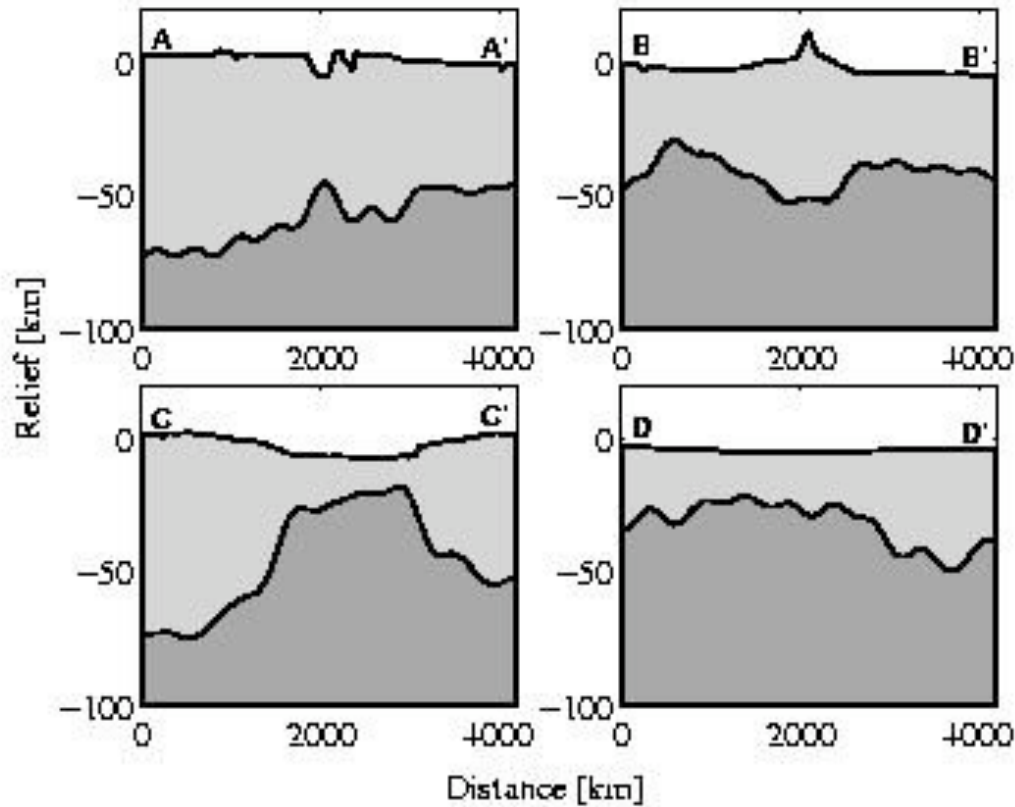


Deg. 50 crustal thickness, $\rho_c = 3000 \text{ kg m}^{-3}$, $\Delta\rho = 600 \text{ kg m}^{-3}$

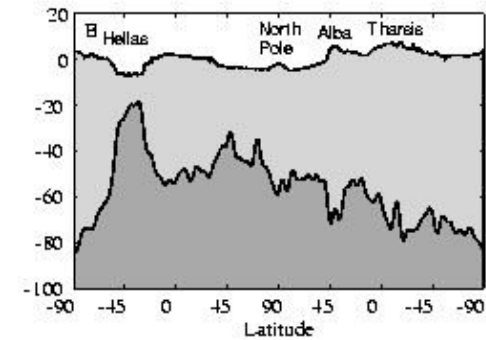




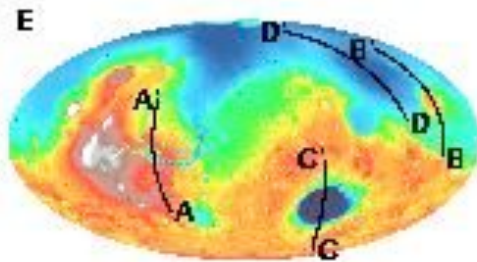
Dichotomie Nord sud et détails



0° à 180°E

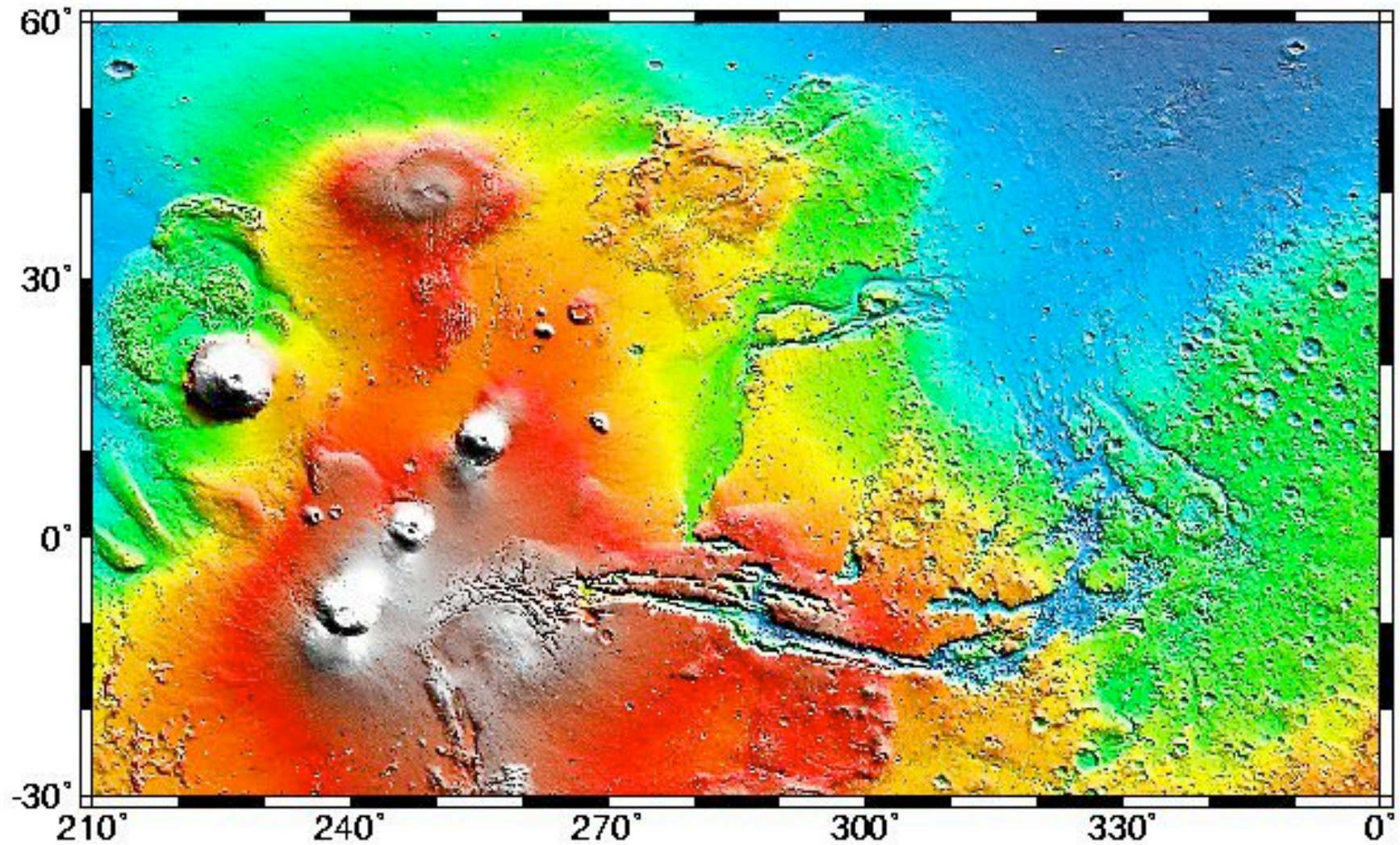


70° à 250°E

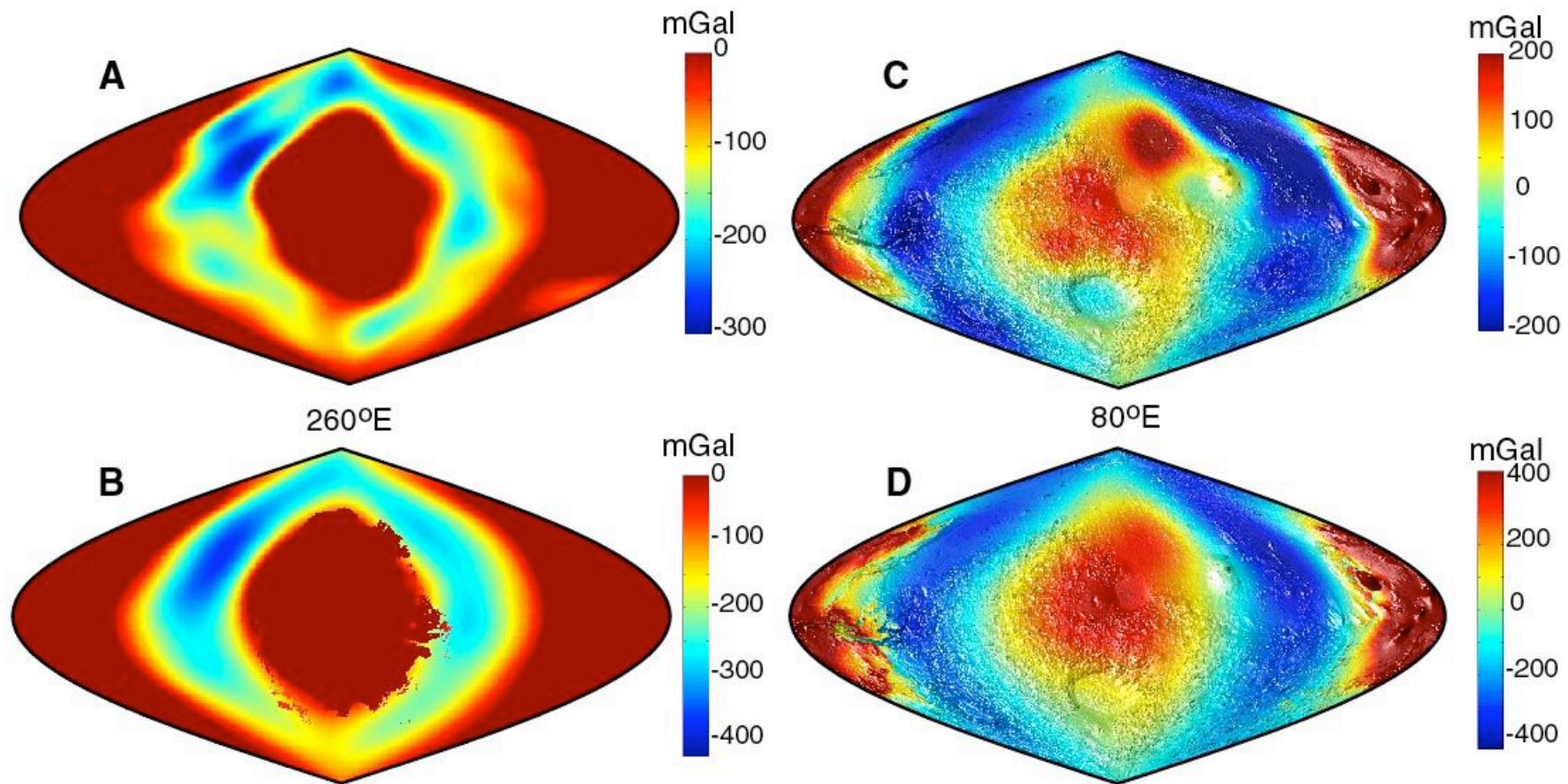


Zuber et al., 2000

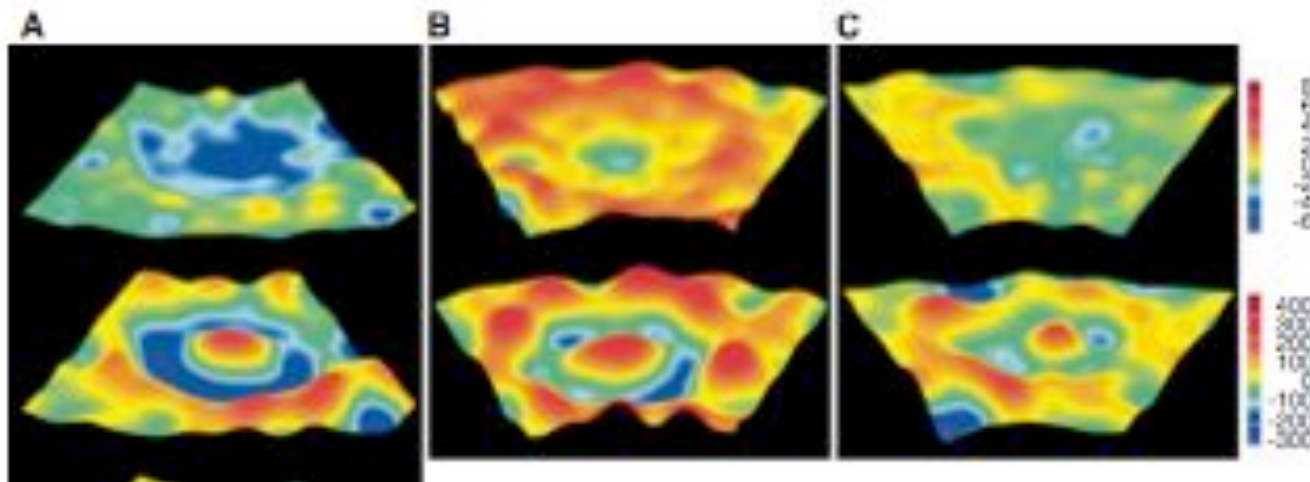
Tharsis et les volcans géants



Une forme contrôlée par Tharsis



Cratères et mascons

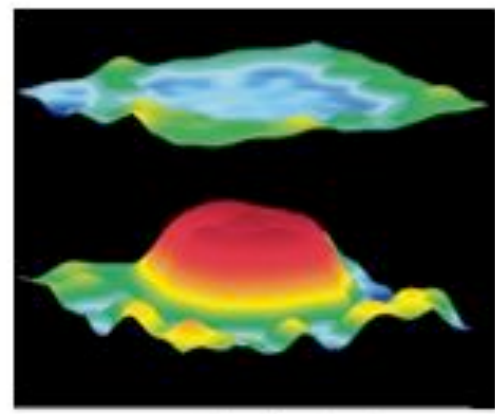


Mer de Humbolt

Mendel-Rydberg

Schiller- Zucchius

Mécanisme ?



Mer de la Sérénité