L2 - Physique pour les sciences de l'univers
Corrigés et commentaires sur le TD N°1

Jeudi 1er février 2007

Ce que vous devez retenir des TD 1 et 2

- Pour un champ scalaire ou vecteur, on peut definir les quantités suivantes ; grad, div, rot, laplacien. Attention : Lesquelles s'appliquent auxquels ?
Selon le type de coordonnées choisies, le résultat ne varie pas mais les calculs peuvent devenir plus ou moins laborieux.

- Les notions de **produit scalaire** et **produit vectoriel** doivent être bien comprises et sans confusion entre les deux.

- Circulation sur un ligne, flux à travers une surface, lien avec les div, les grad et les rot (dans quels cas les calculs sont-ils simplifiés ?)

Exercice 1 du TD 1 : Produit vectoriel

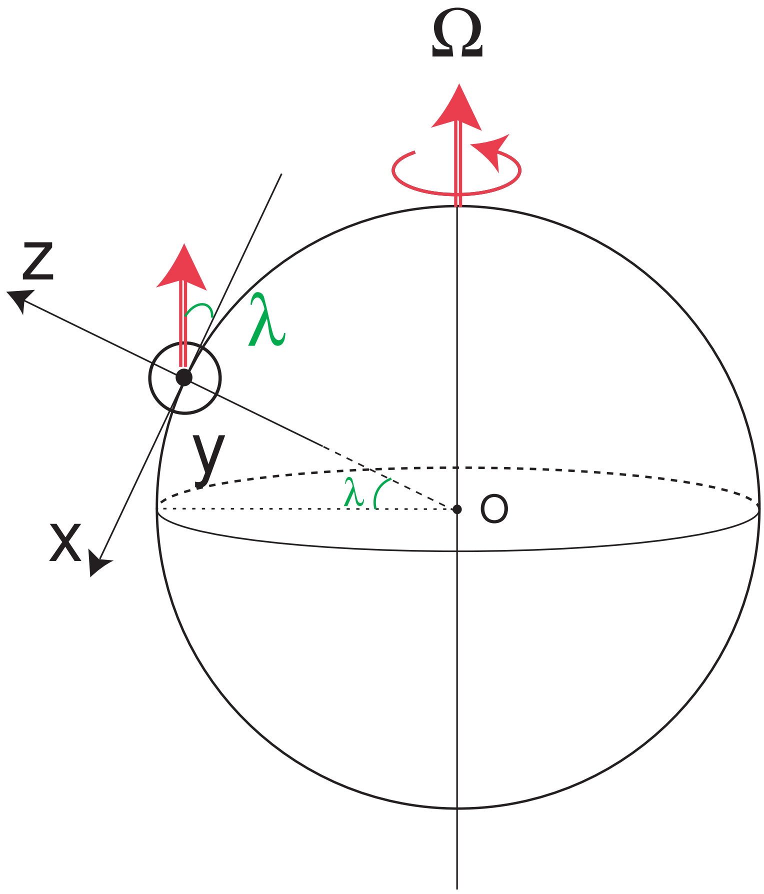
Rappel sur la force de Coriolis : un objet qui se déplace à une vitesse $\overrightarrow{v}$ *dans un référentiel en rotation* $\overrightarrow{\Omega}$ *"ressent" une force de Coriolis* $\overrightarrow{F_c} = -2m\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{v}$*.*
On considère ici un point immobile à la surface de la Terre à une latitude λ*.*

1) Dans le repère cartésien associé à ce point, les axes (Ox)*,* (Oy) *représentent les directions Nord-Sud et Ouest-Est respectivement et* (Oz) *est l'axe vertical perpendiculaire à la surface. Comment exprime-t-on* $\overrightarrow{\Omega}$ *le vecteur de rotation de la Terre dans ce repère ? Quelle est sa norme ?*

On choisit ici de se placer dans un repère cartésien associé au point posé à la surface de la Terre. L'axe (Ox) indique le Sud, l'axe (Oy) indique l'Est, l'axe (Oz) pointe vers la verticale (droit vers le ciel). On note λ la latitude (0 à l'équateur, 90 au pôle). Si vous voulez choisir un autre référentiel , cela ne pose pas de problème du moment qu'on retombe sur le même résultat...

Comment s'écrit $\overrightarrow{\Omega}$ dans ce repère ? Premièrement il est dans le plan de x et de z (pas de composante Est-Ouest) et ensuite, il dépend de l'angle λ. En faisant un dessin, et en essayant de retrouver les bons angles aux bons endroits, par de simples considérations de géométrie, on doit pouvoir trouver que : $\overrightarrow{\Omega} = (-\Omega\cos\lambda, 0, \Omega\sin\lambda)$.

Norme de $\overrightarrow{\Omega}$? $\Omega = 2\pi/T$ oû T est la période de rotation de la Terre, soit 1 jour. Attention aux unités : $T = 24 \times 3600$ secondes, donc $\Omega = 2\pi/86\,400 = 7.3\,10^{-5}$ rad/s.



2) Le point se déplace alors à une vitesse $\overrightarrow{v} = (v_x, v_y, 0)$. Déterminer l'accélération de Coriolis ressentie.

La vitesse s'écrit $\overrightarrow{v} = (v_x, v_y, 0)$ (pas de composante verticale, puisqu'on se déplace dans le plan de x et y). On applique la formule pour la force de Coriolis, et son accélération qu'on notera $\gamma_C = F_c/m$.

$$F_C = -2m(\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{v}) = -2m(-\Omega\, v_y \sin\lambda,\ \Omega\, v_x \sin\lambda,\ -\Omega\, v_y \cos\lambda).$$

3) Application numérique : $\lambda = 45°$, $v_x = 360$ km/h, $v_y = 0$. Comparer les valeurs de l'accélération de Coriolis et de l'accélération de la pesanteur g. Commenter ?

$\overrightarrow{v} = (v, 0, 0)$ et $v = 360$ km/h $= 100$ m/s (encore une fois , attention aux unités !)
$\overrightarrow{F_C} = -2m\,\Omega\, v \sin\lambda\, \overrightarrow{e_y}$. Ce qui donne $||\overrightarrow{\gamma_C}|| = 2\,\Omega\, v \sin\lambda \simeq 10^{-2}$ m/s^2.
Pour comparer avec g, l'accélération de la pesanteur, il suffit de dire que γ_C vaut environ un millième de g, donc l'effet de cette force est négligeable, pour des vitesses de l'ordre de 100 km/h du moins, par rapport à l'effet de la gravité.