

# GRAVIMÉTRIE.

\* Dans les pays qui suivent,

- correction EX3, TD2

- correction EX3, TD3

- copie chap 1, "Gravimétrie en mer" par J. Rochais.

\* Les démonstrations des allats "air libre"

et "telecom" ont à connaître. Je considère que les 2 corrections faites en TD sont suffisantes.

\* Par toute question relative aux TD

mail → lebrat@ipgp.jussieu.fr.

23 octobre 2007.

Ex 1 Modélisation Terre sphérique

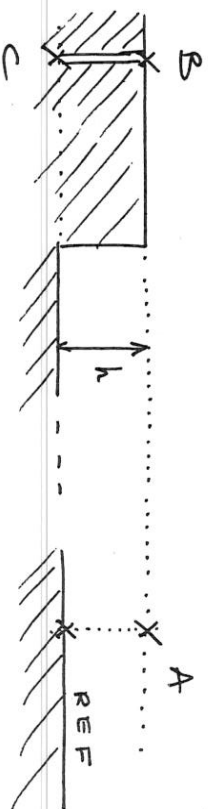
Soit un modèle de Terre simple, constitué de couches sphériques concentriques sans variation latérale;  $M_T$  la masse de la Terre.

- 1.) Déterminer l'attraction gravifique en un point situé à l'extérieur ( $r > R_T$ );  
Idem en  $r < R_T$ .  
Rédiger les résultats sur un graphique

- 2.) Calculer la masse de la Terre ainsi que sa masse volumique moyenne.  
 $\rho_0 = 9,82 \text{ N/kg}$ ;  $a = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ OST}$

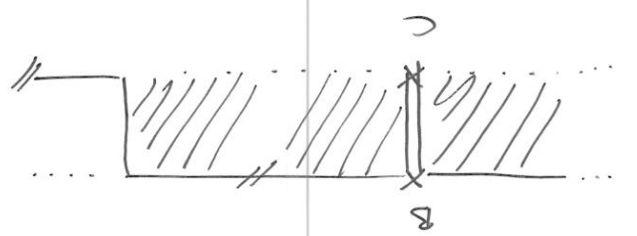
Ex 2. Redémontrer les approximations des ellipsoïdes d'un équilibre à l'air libre et d'un plateau infini utilisés dans le calcul de l'anomalie de Bouguer.

Ex 3. Un vaste plateau horizontal, bordé par une falaise verticale, surplombe d'une hauteur  $h$ , une grande piscine horizontale



Par rapport à une station gravimétrique de référence en plaine (REF) dont la distance est grande par rapport à la falaise, quelle variation de l'intensité de la pesanteur mesure-t-on quand on apporte la gravimétrie :

- en A, sur une tour de hauteur  $h$
- en B, à grande distance de la falaise
- en C, au bord d'un puits de profondeur  $h$

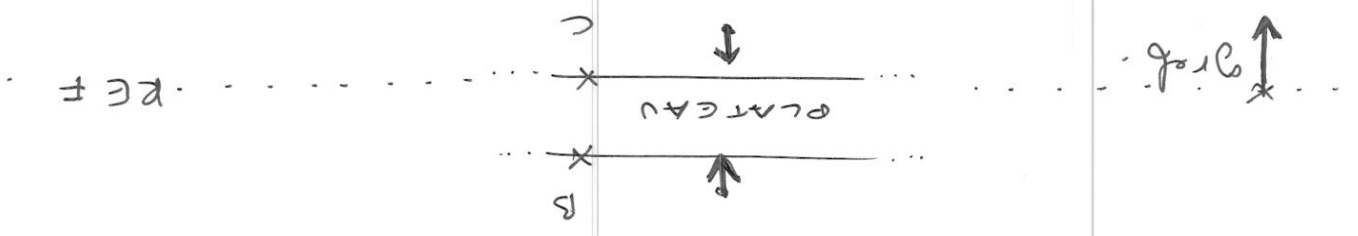


en A,  $g_A = g_{REF} - 0,3086h$  (simple effet air libre)

en B,  $g_B = g_{REF} - 0,3086h + 0,0419h$  (on ajoute l'effet plateau)

en C,  $g_C = g_{REF} - 0,0419h$  (on se trouve au niveau de

référence, donc pas d'effet  
 air libre mais on tient  
 compte de l'effet du plateau)



en C, l'effet du plateau est opposé à celui du champ de référence.

## 1 Etude de quelques structures à géométrie simple

On se place dans le référentiel cartésien usuel. On souhaite étudier les effets gravimétriques mesurables en surface, i.e dans le plan  $(x, y)$ , de différentes sources enfouies en profondeur. Nous traitons successivement trois géométries : sphérique, cylindrique horizontale et plane horizontale. Représenter schématiquement les formes des contours d'iso-gravité manifestes en surface par des sources possédant de telles géométries. On notera  $h$  la profondeur à laquelle les objets sont enfouis (de la surface vers le centre de l'objet étudié). On notera  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ , le contraste de densité que présentent ces objets (de densité  $\rho_2$ ) avec leur encaissant (de densité  $\rho_1$ ). En vertu de quel principe physique peut-on réduire notre problème à l'étude d'un objet de densité  $\Delta\rho$  ?

### 1.1 Géométrie sphérique : le point source

On étudie le cas d'une sphère de rayon  $R$ , centrée sur la position  $(z = h, x=0, y=0)$  avec  $h > R$ .  
 1. Faire un schéma. Calculer l'effet gravimétrique et tracer le profil selon  $x$  correspondant.  
 2. Faites varier les paramètres pertinents pour une campagne de prospection ; commentaires ?  
 3. Mêmes questions avec les dérivées verticales  $g_z^z$  et  $g_z''$ .  
 4. Enfin, déterminez la demi-largeur du profil : c.à.d trouver  $x_{1/2}$  tel que  $g_z(x_{1/2}) = g_{max}^z/2$ .

### 1.2 Effets de deux cylindres d'axes parallèles

On considère maintenant le cas de deux cylindres homogènes parallèles à l'axe  $y$ . De longueur infinie, de section  $2R$ , il sont situés à distance  $a$  de l'axe  $y$ , de part et d'autre de celui-ci.  
 1. Faire un schéma. Calculer l'effet gravimétrique et tracer le profil selon  $x$ .  
 2. Quels effets intéressants peut-on mettre en évidence en jouant sur les paramètres  $a$  et  $h$  ?

### 1.3 Le 1/2 plan infini : application à l'étude d'une faille verticale

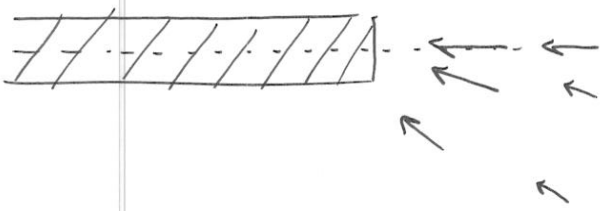
On modélise une faille de rejet  $h$  par deux couches planes homogènes de même contrastes de densité  $\Delta\rho$ , semi-infinies d'épaisseur  $t \ll h$ , parallèles au plan  $(x, y)$  et situées à des profondeurs respectives  $h_1$  et  $h_2$ .

1. Montrer que l'anomalie au travers de la faille s'écrit :

$$g(x) = 2Gt\Delta\rho \left[ \pi + \arctan \frac{h_1}{x} + \arctan \frac{h_2}{x} \right]$$

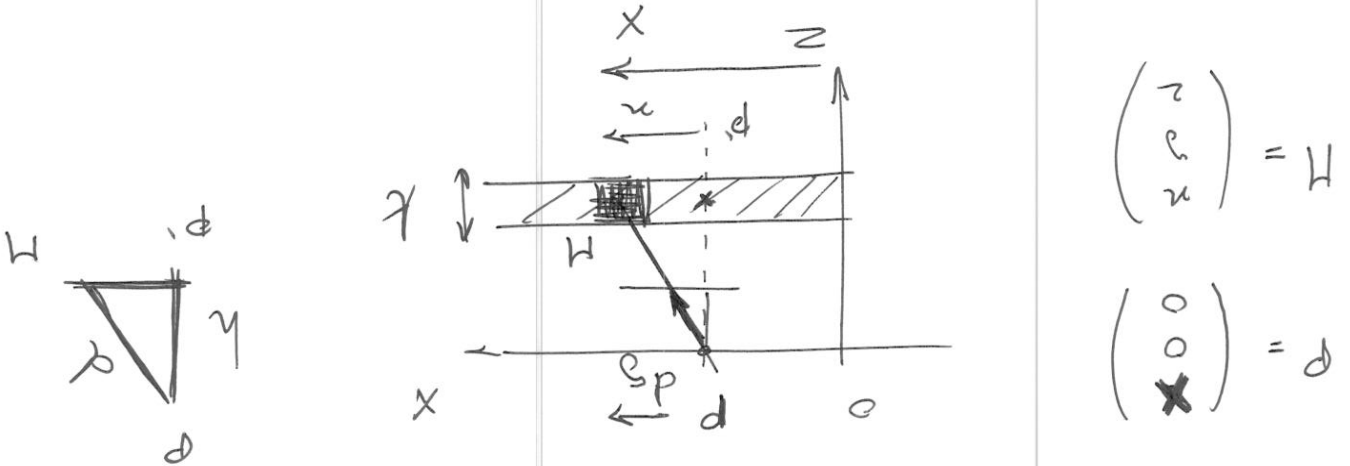
2. Tracer  $g(x)$  ainsi que son gradient **horizontal** avec les valeurs numériques suivantes :  $t=20\text{m}$ ,  $h_1=100\text{m}$ ,  $h_2=150\text{m}$ ,  $\Delta\rho=0.08$ . Que peut-on conclure sur l'utilisation des dérivées de  $g$  ?

\* Le cas du plan infini traité en TP était facile. On avait pu expliquer le théorème de Gauss car le calcul du flux  $\int \vec{g} \cdot d\vec{s}$  est évident. Ce n'est plus le cas ici !



$\vec{g}$  n'est plus perpendiculaire.

\* On va partir d'un champ  $\vec{g}$  créé par un élément de masse  $dm = \rho dv = \rho dx dy dz$ .



On s'obtient par la somme de composantes selon z, celle qui sera mesurée par le gravimètre.

$$dg_z = \int_V \rho dx dy dz \times \frac{dz}{h}$$

Exprimez d en fonction des variables qui sont intéressantes :  $d^2 = h^2 + y^2 + (n-x)^2$

\* Nous arrivons au passage technique. Il faut intégrer l'effet de tous les petites masses élémentaires sur l'ensemble du volume :

$$g_2 = G \rho t h \int_0^x dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(h^2 + y^2 + (n-x)^2)^{3/2}}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{h^2 + (n-x)^2}$$

on retombe sur un calcul d'intégrale classique. En posant  $n = n-x$ ,

$$g_2 = G \rho t \int_0^n \frac{1+n^2}{1+u^2} du$$

Finallement

$$g_2 = 2 G \rho t \left[ \frac{x}{2} + A \tan \frac{x}{2} \right]$$

\* On obtient ensuite la formule de dérivée en appliquant le principe de superposition...

NB : Une autre démonstration est donnée dans le poly, chap 1 (voir les pages qui suivent)

## La gravimétrie, généralités et bases

*(Examen des attractions sur Chimborago) Il faut avouer que cet effet est bien différent de celui auquel nous pouvons nous attendre. Mais nous savons si peu quelle est la densité de la terre ; et d'un autre côté celle des montagnes peut être si différente de celle que nous leur attribuons, qu'il n'y a lieu de s'étonner de rien.*

P. Bouguer

### 1.1 Le champ de pesanteur

Le champ de forces agissant sur une particule liée à la terre est la somme de quatre champs d'origines différentes :

- le champ dérivant du « potentiel d'attraction newtonien » des masses com-  
posant la terre,
- le champ « axifuge », dû à la rotation de la terre,
- le champ dû à « l'attraction de la lune et du soleil » (faible par rapport aux  
précédents),
- les forces de « cohésion ».

Les modules relatifs des vecteurs liés à ces champs par rapport au champ total sont, pour le premier, 99,5% à l'équateur et près de 100% aux pôles, pour le deuxième, 0,5% à l'équateur et 0% aux pôles, et pour le troisième seulement  $3 \cdot 10^{-8}$  au maximum.

Quant aux forces de cohésion, elles évitent à une particule située à la surface ou à l'intérieur de la terre de se précipiter vers le centre de celle-ci. Elles équilibrent donc les trois forces résultantes des trois champs précédents.

### 1.1.1 Loi de Newton de la gravitation universelle

Deux points matériels  $P$  et  $Q$  de masses respectives  $m$  et  $m'$  exercent l'un sur l'autre une force attractive  $\vec{F}$ , dirigée suivant une droite  $PQ$ , inversement proportionnelle au carré de la distance. On a

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q$$

et si  $r = PQ$ ,

$$\vec{F} = G \left( \frac{mm'}{r^2} \right) \vec{n}$$

$\vec{F}$  étant la force qui s'exerce en  $m$ ,  $\vec{n}$  le vecteur unitaire dirigé de  $m'$  vers  $m$  et  $G$  la « constante de gravitation universelle ».



FIG. 1.1. La loi de Newton — Schéma de principe. Les deux points matériels  $P$  et  $Q$  de masses respectives  $m$  et  $m'$ , exercent l'un sur l'autre une force  $\vec{F} = \frac{Gmm'}{r^2}\vec{n}$ , où  $r = |PQ|$  et  $G$  est la constante gravitationnelle.

La détermination de la valeur numérique de  $G$  est difficile à cause de la petitesse de la force d'attraction. Elle a été mesurée pour la première fois avec précision par Cavendish, en 1798. Sa valeur, redéterminée récemment, est :  $G = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  (LUTHER & TOWLER, 1982).

### 1.1.2 La pesanteur

Soit une masse  $m$  soumise au champ d'attraction newtonien de la terre, de masse  $M$ . Le module de la force d'attraction est  $F = GMm/R^2$ ;  $R$  est la distance de la masse  $m$  au centre de la terre, soit en première approximation, le rayon terrestre. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit  $F = mg$ , où  $g$  s'appelle l'« accélération de la pesanteur » ; dans ce cas,

$$g = GM/R^2$$

(si on néglige le champ axifuge dû à la rotation de la terre).



### 1.1.3 Unités

L'accélération de la pesanteur s'exprime en Gal dans le système cgs, 1 Gal = 1 cm · s<sup>-2</sup>. Dans la pratique, on utilise une unité mille fois plus petite, le « milligal » :

$$1 \text{ mGal} = 10^{-3} \text{ Gal}$$

et le microgal :

$$1 \mu\text{Gal} = 10^{-3} \text{ mGal} = 10^{-6} \text{ Gal}$$

### 1.1.4 Verticales et équipotentielles — Le géoïde

En  $P$ , la « verticale » est définie par la direction de  $g$  dont les composantes sont :

$$g_x = \frac{\partial U}{\partial x}, g_y = \frac{\partial U}{\partial y}, g_z = \frac{\partial U}{\partial z}$$

où  $U$  est le potentiel dont dérive le champ de la pesanteur. Une notation équivalente est :

$$\vec{g} = -\text{grad}U$$

D'après les propriétés d'un champ de force dérivant d'un potentiel, les lignes de champ sont orthogonales à une famille de « surfaces équipotentielles » définies par les équations  $U = \text{cte}$  et qui sont les enveloppes des « plans horizontaux » (figure 1.2).

D'après les propriétés des fluides en équilibre, la surface moyenne des océans est une surface équipotentielle. Cette surface définit le « géoïde ». On considère que cette surface représente la forme de la terre. Nous développerons plus loin cette définition.

Pour approfondir ces notions théoriques, on pourra se référer à l'annexe.

## 1.2 Mesures de la pesanteur

Elles sont absolues ou relatives.

### 1.2.1 Mesures absolues

Pendant de nombreuses années, les mesures absolues étaient réalisées à partir de l'étude des oscillations du pendule. La période des oscillations du pendule simple synchrone est, en première approximation, fonction de la longueur du pendule  $l$  et

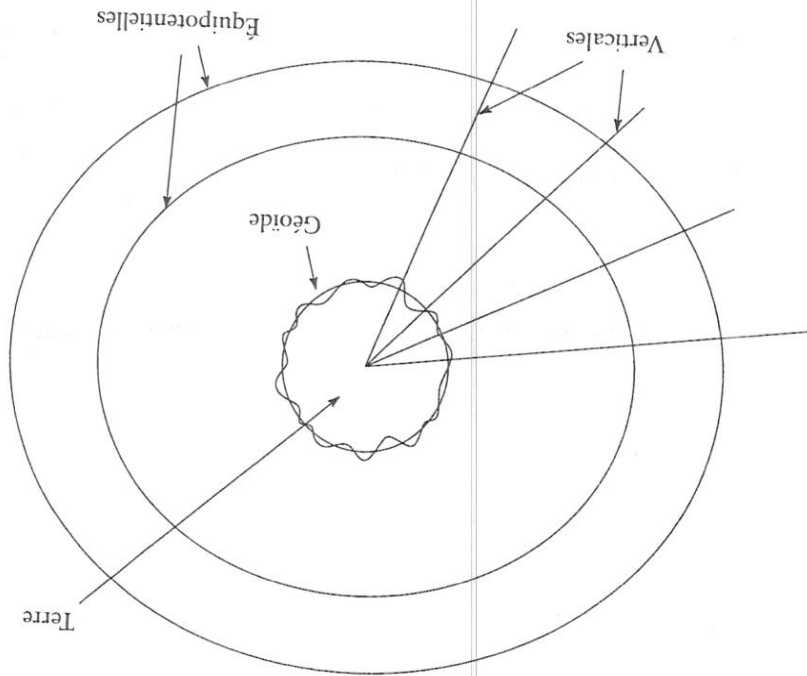


FIG. 12. *Equipotentielles, verticales* — Les surfaces où le potentiel est constant ont les verticales comme lignes orthogonales. Le Géotide est l'équipotentielle niveau moyen des mers.

de l'accélération de la pesanteur  $g$  par l'équation  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ . Inversement si l'on

mesure  $T$ , connaissant  $\ell$ , on en déduit  $g$ .  
Ainsi, les mesures de KÜHNEN & FURTWÄNGLER, en 1906 à Postdam, ont permis l'établissement d'une base longtempore utilisée (le système de Postdam). La valeur obtenue à cette base, en raffinant les techniques de la mesure, était 981 274,00 mGal. On peut citer les travaux de HEYL & COOK, aux Etats-Unis en 1934, de Volet en 1950 à Sévres, de Riekmann en Allemagne et d'Agalatzki en Russie, fondés sur la même méthode.

Les méthodes de mesures absolues, qui ont suivi, ont toutes reposé sur l'observation de la chute des corps. Par exemple à Sévres, au pavillon des Poids et Mesures, où le Bureau international de gravimétrie possède une base, on mit au point des expériences (VOLET, 1947, puis SAKUMA, 1973) où l'on enregistrerait les quatre instants de passage d'un corps mobile à deux niveaux, à la montée et à la descente.

On a en effet :  $g = \frac{T_2^2 - T_1^2}{4h}$ , où  $h/2$  est la différence des deux niveaux d'entre-gistement et  $T_1, T_2$  les différences des temps de passage à un même niveau. Cette méthode a permis d'obtenir une précision de  $\pm 3 \cdot 10^{-9}$ , soit  $\pm 3 \mu\text{Gal}$  sur  $g$ .

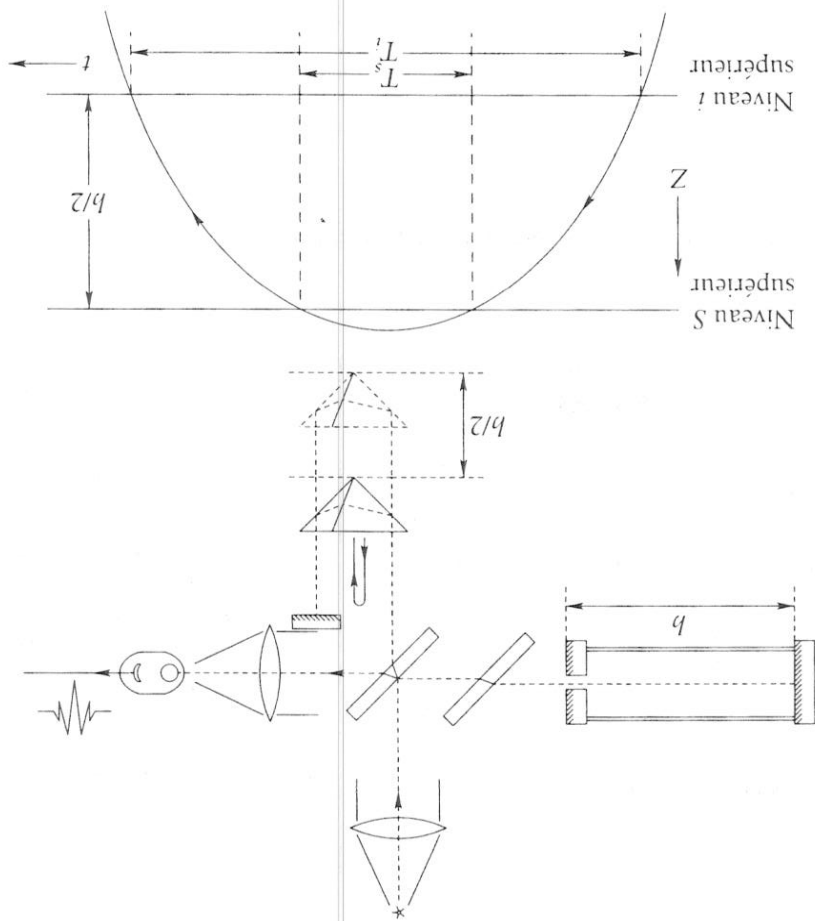


FIG. 1.3. *Mesure absolue du champ de gravité* — Dans cette mesure, on observe la montée et la descente d'un prisme mobile qui passe à deux niveaux, inférieur et supérieur, quatre fois (d'après SAKUMA, 1970).

La figure 1.3 représente le principe de la mesure. Bien que cette méthode ait été considérée comme plus précise que celle de la seule chute d'un corps, on est revenu récemment à celle-ci, pour réaliser des instruments plus compacts, susceptibles d'être déplacés facilement sur le terrain. C'est le cas des instruments Axis FG 5 construits par Micro-g Solutions Inc. dont la précision est de  $\pm 1 \mu\text{Gal}$ .

## 1.2.2 Mesures relatives

Le principe de ces mesures est le suivant : soit deux points A et B, la mesure de la pesanteur en A est connue, soit  $g_A$ . Si l'on mesure la différence de pesanteur  $\Delta g$  entre les points A et B, on en déduit :  $g_B = g_A + \Delta g$ .

Comme l'écart maximal  $\Delta g$  sur la terre est environ  $5\,000 \text{ mGal}$  (c'est à peu près la valeur du champ axifuge à l'équateur, donc l'écart entre le champ au pôle et à l'équateur), si l'on veut obtenir une précision de  $\pm 10^{-2} \text{ mGal}$ , il faut construire des appareils permettant de faire des mesures à  $\pm 5 \cdot 10^{-5}$  près. Ces instruments sont les « gravimètres ».

Il existe un grand nombre de types de gravimètres. On peut les classer suivant 2 catégories, les gravimètres astatisés ou non astatisés. L'« astatisation » d'un gravimètre consiste à prévoir des possibilités d'ajustement pour faire varier le centre de gravité de la partie mobile dans une position instable.

- Les gravimètres non astatisés

Le plus courant de cette catégorie est le « peson à ressort » : une masse M est suspendue à un ressort de constante f et d'allongement x ; on a  $Mg = fx$ , donc

$$Mdg = f dx \text{ et } dg = \frac{M}{f} dx ;$$

On peut donc mesurer dg à partir de la mesure de dx. Si le ressort a 20 cm,  $dx = 0,2 \mu\text{m} \cdot \text{mGal}^{-1}$ . Un système réalisé par Graaf Askania était basé sur le recouvrement d'une cellule photoélectrique, variant avec le déplacement de la masse. Les gravimètres de Boliden et de Malquist-Lindblad, utilisant des ressorts à lames (voir figure 1.4), étaient basés sur un principe semblable, où le déplacement de la masse entraînait des variations des capacités de deux condensateurs placés sur un même circuit électrique dont l'impédance variait. Construit récemment, le gravimètre Scintrex fonctionne sur ce principe.

Quant aux gravimètres Askania et Gulf-Hoyt (figure 1.4), ils étaient basés sur les réactions de ressorts de torsion.

LA GRAVIMÉTRIE, GÉNÉRALITÉS ET BASES

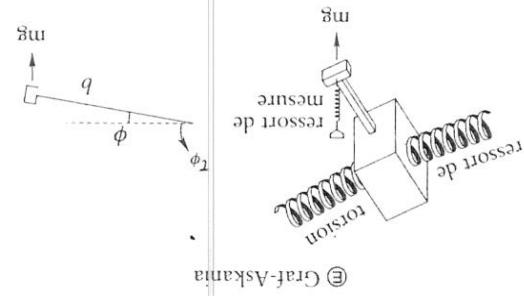
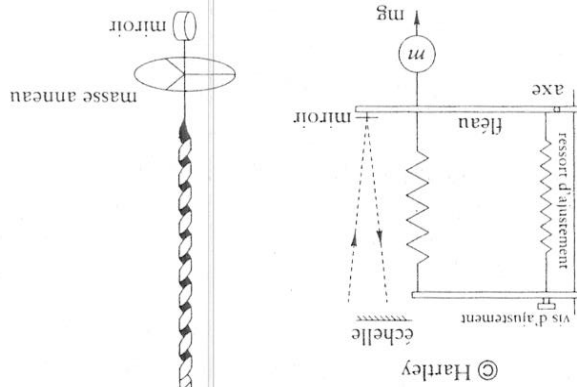
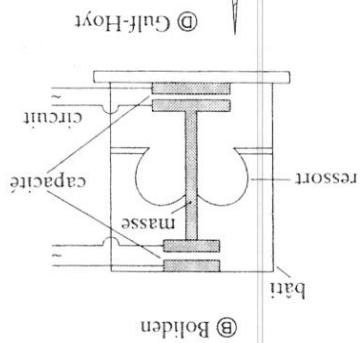
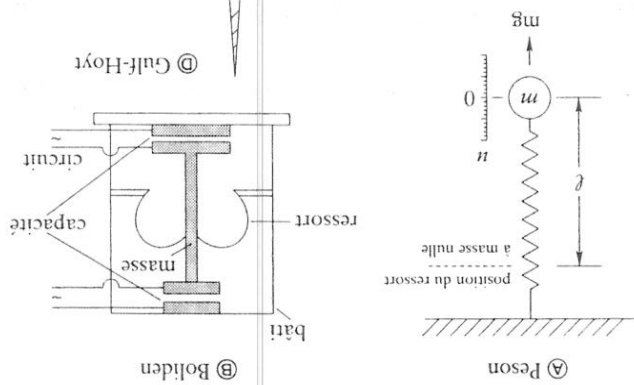


Fig. 1.4. Les gravimètres non astatiés — On voit ici : (A) le plus simple, le peson à ressort, (B) le modèle Bollden, où l'on mesure les variations relatives de la masse supportée par un ressort par les variations opposées des 2 capacités, (C) le modèle Hartley, où l'on maintient un fléau horizontal grâce à 2 ressorts, (D) le gravimètre Gulf-Hoyt, où les rotations d'un ressort spirale sont très sensibles aux variations de  $g$ , (E) le modèle Graaf-Askania, où l'on maintient le fléau horizontal par un petit ressort d'ajustement.

• Les gravimètres astatisés

Les gravimètres de ce type les plus courants sont : le North American, le LaCoste-et-Romberg et le Worden.

Décrivons le principe de l'astatisation sur le LaCoste-et-Romberg. La figure 1.5 représente le principe du fléau mobile OG, supportant une masse M, rappelés par un ressort AB. On pose :  $OA = a$ ,  $OG = L$ ,  $OB = b$ ,  $OH = h$ ,  $AB = \ell$ ; OG fait un angle  $\varphi$  avec l'horizontale, T est la tension du ressort,  $\widehat{AOB} = \omega$ ; on a :

$$MgL \cos \varphi = Th$$

$$T = k(\ell - \ell_0)$$

$$h\ell = ab \sin \omega$$

$$MgL \cos \varphi = \frac{ab \sin \omega}{\ell} k(\ell - \ell_0)$$

$\ell_0$  étant l'allongement pour une tension nulle,

Soit  $\omega_0$  l'angle  $\omega$  pour un équilibre horizontal :

$$MgL = k(\ell - \ell_0) \frac{ab \sin \omega_0}{\ell}$$

Pour une position quelconque :

$$\omega = \omega_0 + \varphi$$

et

$$MgL \cos \varphi = \frac{\ell}{k(\ell - \ell_0)} ab \sin(\omega_0 + \varphi)$$

si  $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ ,

$$MgL = \frac{\ell}{k(\ell - \ell_0) ab}$$

si  $\ell_0 = 0$ ,

$$MgL \cos \varphi = kab \sin(\omega_0 + \varphi)$$

et

$$T = k(\ell - \ell_0) = k\ell.$$

LA GRAVIMÉTRIE, GÉNÉRALITÉS ET BASES

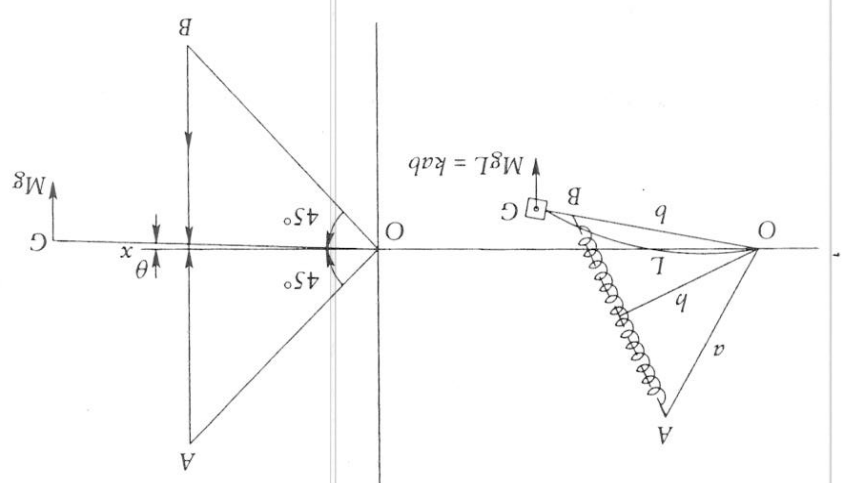


FIG. 1.5. Les gravimètres astatiques — On représente ici les principes des deux gravimètres dits à longueur nulle les plus couramment employés, le LaCoste-et-Romberg et le Worden. Les calculs sont développés dans le texte.

On dit qu'un tel ressort est à « longueur nulle ». LACOSTE (1934) en a construit un, en vrillant le fil sur lui-même lors de l'enroulement. Cela revient à construire un ressort, sur lequel il faut appliquer une force pour en décoller les spires.

Si enfin,  $\ell_0 = 0$  et  $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $MgL = kab$ , il y a « astatisme complet », c'est-à-dire que l'équilibre est indifférent dans la position horizontale du fléau. En réalité, on ne se place pas dans cette situation extrême, mais très près de celle-ci, de façon que l'équilibre soit très sensible à la moindre variation de  $g$ .

Sur la plupart des gravimètres dont nous avons décrit le principe, l'équilibre du fléau par rapport à un repère, ou de la masse, s'obtient en jouant sur la tension du ressort par une vis micrométrique dont la position de rotation se lit sur un disque directement gradué en milligals ou en fractions de milligal. Il est clair que de tels appareils doivent être régulièrement étalonnés entre deux bases où les valeurs de la pesanteur sont connues.

• Dérive et étalonnage des gravimètres

Si l'on fait des mesures répétées sur un même point, on s'aperçoit qu'il y a une lente dérive de l'appareil, ce qui permet de la considérer comme linéaire en fonction du temps (sur 2 heures environ). Dans ces conditions, on peut aussi inclure l'effet de marée gravimétrique dans l'effet de dérive. L'étalonnage se fait par un aller et retour rapide entre 2 bases, où les valeurs de  $g$  sont assez différentes l'une de l'autre. Compte tenu des précautions décrites, les gravimètres permettent des mesures très rapides des différences de  $g$ , avec une grande précision, soit  $\pm 10^{-5}$  Gal, et



d'atteindre des variations, en un même lieu, de l'ordre du microgal. Pour l'étude des marées terrestres on approche le nanogal en plaçant le gravimètre dans une cave d'observatoire sur un pilier très stable et dans des conditions de stabilité thermique parfaites.

• Prospection gravimétrique

L'objectif de la prospection gravimétrique est l'étude des anomalies de la pesanteur dues à l'inégale répartition des densités dans le sous-sol. On réalise des lectures, sur le cadran du gravimètre, en des stations dont l'espacement est choisi en fonction du problème à traiter. Nous reviendrons sur cette notion d'échelle.

Lorsque l'on a réalisé des mesures gravimétriques, il faut pouvoir les comparer entre elles. Comme ces mesures sont sensibles à l'altitude du lieu et à la nature des reliefs environnants, il faut les ramener à une surface de référence et faire des corrections topographiques pour pouvoir les comparer entre elles. Ces opérations sont des « réductions ».

### 1.3 Réduction des mesures gravimétriques

#### 1.3.1 Réduction à l'air libre

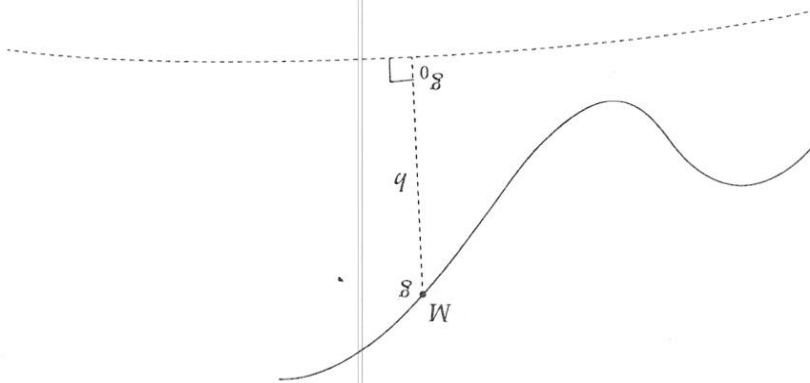


FIG. 1.6. La réduction à l'air libre — Cette réduction revient à corriger la valeur théorique sur l'ellipsoïde de référence (ou géoïde) de l'effet d'altitude :

$$\Delta g = g - (g_0 - 0,3086h).$$

Elle consiste à supposer que toute mesure faite à une altitude  $h$  peut être ramenée à une altitude 0, c'est-à-dire sur le géoïde. Si l'on ne considère que le champ dû à l'attraction de la masse terrestre, on aura en première approximation (voir

EJ  
su  
g  
es  
cc  
et

1.

Bo  
soi  
la  
hai  
où

80  
me  
-2  
M

fig



figure 1.6) :

$$dg = -2 \frac{GM}{R^3} dR = -\frac{2g}{R} dR, dR = h$$

M étant la masse de la terre et R son rayon. La valeur de ce gradient est  $dg/dR = -2g/R = -0,3086 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ . La réduction à l'air libre, si g est la pesanteur mesurée au point M, d'altitude h,  $g_0$  la valeur de la pesanteur réduite sur le géoïde :  $g_0 - g = 0,3086h$ . C'est la « formule de Faye » :

$$g_0 = g + 0,3086h$$

où h, positif vers le haut, est exprimé en mètres et g en milligals.

En toute rigueur, pour éviter toute confusion avec les prolongements vers le haut ou vers le bas, on devrait dire : la réduction à l'air libre consiste à corriger la valeur théorique sur l'ellipsoïde de référence (ou le géoïde) de l'effet d'altitude, soit :  $\Delta g = g - (g_0 - 0,3086h)$ . Cette remarque s'étend aussi à la réduction de Bouguer.

### 1.3.2 Réduction de Bouguer

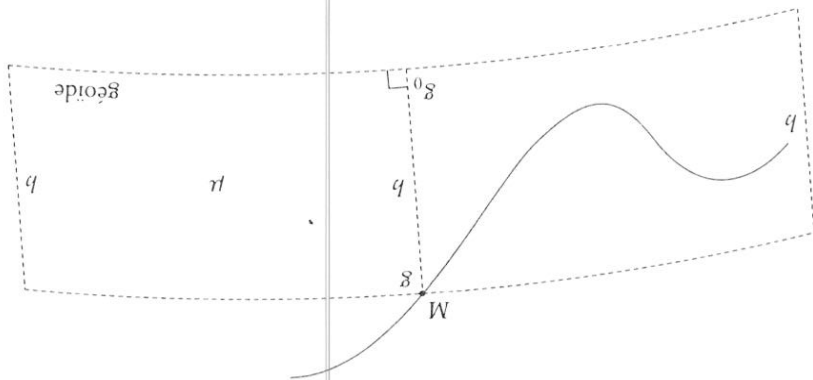


Fig. 1.7. La réduction de plateau — Elle consiste à supprimer l'effet du plateau d'épaisseur h et de masse volumique  $\mu$ .

Elle consiste à supprimer l'effet de plateau. Elle dépend de l'altitude et de la densité supposée. On assimile la matière comprise entre la surface de niveau d'altitude et le géoïde à une calotte cylindrique de rayon R (figure 1.7). Cette correction de plateau est une attraction verticale :  $\Delta g = 2\pi G\mu h$ , où  $\mu$  est la masse spécifique de la roche constitutive du plateau. Si  $\mu = 2,67 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ,  $\Delta g = 0,1118h$  avec  $\Delta g$  en milligals et h en mètres.

La réduction de Bouguer s'écrit :

$$g_1 = g_0 - 0,1118b$$

où :

$$g_1 = g + 0,3086b - 0,1118b$$

On sépare les deux termes pour bien montrer que le deuxième dépend de  $\mu$ .

### 1.3.3 Correction de relief

Elle tient compte de l'effet du relief autour du point  $S$ . On calcule cet effet dans un rayon de 20 kilomètres environ autour du point. On considère que l'influence du relief au-delà de cette distance, bien que non négligeable, présente des variations, du point à son voisin, qui le sont. On verra plus loin que, dans le cas d'un relief très accidenté, comme ce fut le cas lors des mesures faites sur le fond dans la région de la dorsale médioatlantique, il a fallu allonger cette distance.

Dans une prospection classique, on superpose à une carte topographique en courbes de niveau un abaque tracé sur transparent formé de circonférences concentriques et de rayons vecteurs régulièrement espacés. Le centre est placé sur la station  $S$  de cote  $z_S$ , et le prospecteur apprécie l'altitude moyenne  $z_M$  à l'intérieur de chaque compartiment (voir figure 1.8). La correction correspondante est donnée par des tables en fonction de  $h = z_S - z_M$ .

Si l'on considère une masse de densité  $d$ , occupant le volume compris entre 2 cylindres concentriques de rayon intérieur  $R_1$  et extérieur  $R_2$  et de hauteur  $h$ , l'attraction exercée au centre de la base est :

$$c_r = 2\pi G d \left( R_2 - R_1 + \sqrt{R_1^2 + h^2} - \sqrt{R_2^2 + h^2} \right).$$

On divise par  $n$ , nombre de rayons vecteurs, pour avoir la correction par élément en fonction de  $h$ . On procède ainsi pour chacun des éléments autour de  $S$  et on somme le total. Il faut noter que cette correction est toujours positive, que l'on ait affaire à des creux ou des bosses par rapport au point de référence  $S$ . Ceci se comprend bien à l'examen de la figure 1.8. En effet cette correction de relief, ou « écart au plateau », est toujours positive car la partie non tabulaire du relief tend toujours à faire diminuer le champ de pesanteur au point de mesure (les creux constituent un déficit de masse par rapport au plateau et les bosses exercent une attraction dirigée vers le haut [figure 1.8]).

Cette correction représente un travail considérable. On a simplifié un peu cette charge, en utilisant maintenant des modèles numériques de terrain (MNT) que l'on établit pour toute la zone à prospector et que l'on étend aux régions environnantes (voir plus loin l'étude de la région MARK sur la dorsale médioatlantique).

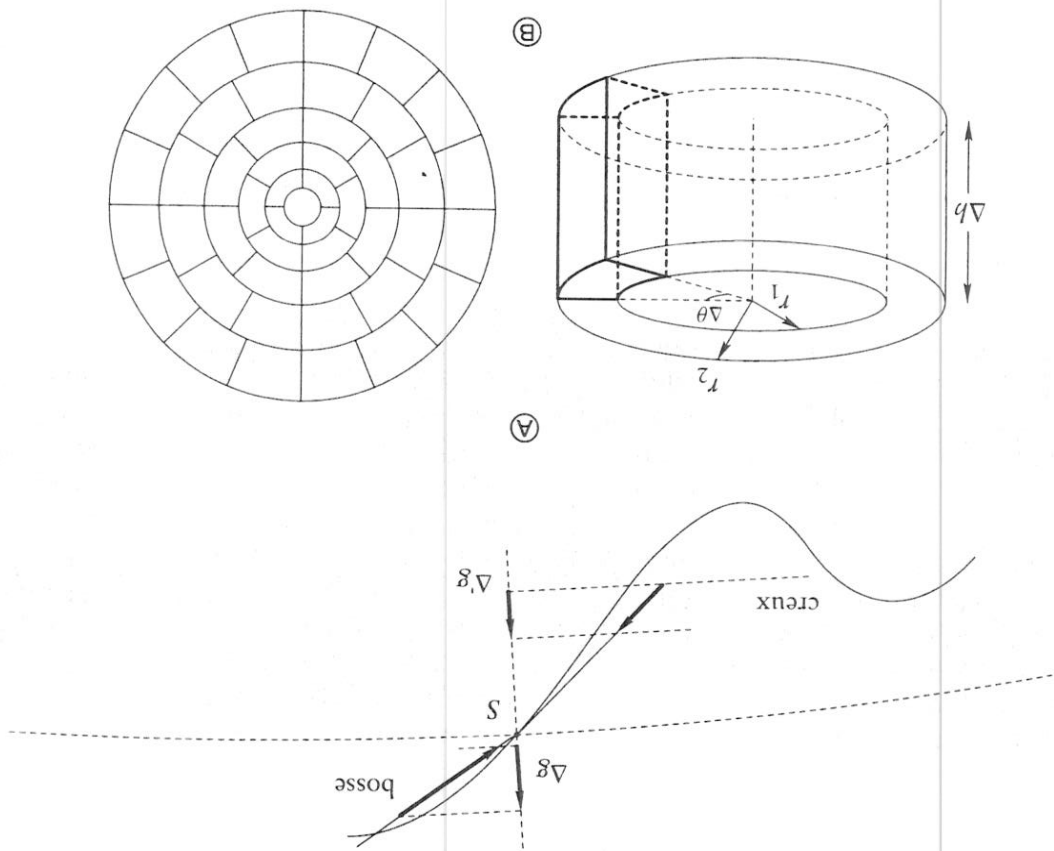


FIG. 1.8. La correction de relief — Elle prend en compte l'effet du relief autour du point de mesure S. En (A) on voit que sa valeur est toujours positive. En effet on ajoute une certaine valeur  $\Delta g$  due à une bosse H et  $\Delta'g$  due à l'effet du creux que l'on comble. En (B) le système d'abaque qui permet de calculer l'effet de chaque élément.

ns un  
ce du  
ions,  
f très  
on de  
re en  
icen-  
ation  
aque  
r des  
entre  
r h,  
ment  
t on  
l'on  
ci se  
ou  
end  
eux  
une  
entre  
l'on  
ntes

## 1.4 Les anomalies gravimétriques

D'une façon très générale, une anomalie d'un paramètre géophysique en un point est l'écart entre une valeur mesurée de ce paramètre et la valeur théorique du paramètre en ce point. Cette définition dépend donc de celle d'un modèle théorique et de la façon dont on réduit les mesures.

En gravimétrie, le modèle théorique est celui d'une terre homogène, avec stratification des densités, ce qui nous donne, compte tenu des deux principaux potentiels newtonien et axifuge, un ellipsoïde de référence dont la forme se rapproche de celle du géoïde (ellipsoïde de Clairaut, de MacLaurin, de Hayford, ellipsoïde international). Ce dernier, adopté par l'Association internationale de géodésie, est défini par les paramètres suivants :

- demi-grand axe de l'ellipsoïde :  $a = 6\,378\,160,0$  m;

- demi-petit axe :  $b = 6\,356\,774,5$  m;

- ellipticité :  $e = \frac{a-b}{a} = 1/298,247$ ;

- produit  $GM = 398\,603 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ .

Avec ce modèle, la pesanteur ne dépend que de la latitude du lieu,  $\varphi$ . Son

expression est :

$$g_T = 978,031\,850(1 + 0,005\,278\,895 \sin^2 \varphi + 0,000\,023\,462 \sin^4 \varphi).$$

### 1.4.1 L'anomalie à l'air libre

On la définit comme la différence entre la valeur  $g_0$ , obtenue par la réduction à l'air libre, et la valeur théorique  $g_T$  sur le géoïde en ce point.

On l'écrit :

$$\Delta g_{AL} = g_0 - g_T = g + 0,3086h - g_T.$$

où  $g$  est la pesanteur mesurée au point d'altitude  $h$ .

À la surface de la mer, où l'altitude est nulle, on obtient directement l'anomalie à l'air libre en retranchant  $g_T$  à la valeur de  $g$  mesurée.

### 1.4.2 L'anomalie de Bouguer

On la définit comme la différence entre la valeur  $g_2 = g_1 + c_p$  et la valeur théorique  $g_T$ ; la valeur  $g_1$  est obtenue après réduction de Bouguer;  $c_p$  est la correction de relief. Ainsi, l'anomalie de Bouguer est :

$$\Delta g_B = g_2 - g_T = g_1 + c_p - g_T = g_0 - 0,111\,8h + c_p - g_T$$

$$\Delta g_B = g + 0,308\,6h - 0,111\,8h + c_p - g_T$$

où  $g$  est la valeur mesurée au point d'altitude  $h$ . Le facteur 0,111 8 correspond à une densité de 2,67.

### Quelques remarques

L'anomalie à l'air libre (en anglais : *free air anomaly*) est généralement faible sur les zones stables et sur les grands bassins océaniques, car elle reflète l'état d'équilibre de la zone par rapport au géoïde (quelques dizaines de milligals au plus). En revanche, sur les zones rectangulaires instables comme les zones de subduction, elle peut prendre des valeurs très élevées. Elle est fortement négative (jusqu'à des valeurs de  $-300$  mGal dans les grandes fosses océaniques des arcs insulaires (défaut de masse), ou fortement positive ( $+200$  mGal) sur l'arc frontal de ces mêmes arcs (remontée de masse dense de roches à la place de la couche d'eau), ce qui donne des contrastes de quelques  $500$  mGal sur des distances horizontales de  $200$  km, entraînant des déviations importantes sur les trajectoires des fusées survolant ces zones (modules de ré-entrée *Apollo* avant leur amerrissage dans le Pacifique central après le survol des arcs insulaires des Nouvelles-Hébrides et des Tonga).

L'anomalie de Bouguer est faible ( $-10$  à  $-30$  mGal) sur les zones de boucliers très stables. Elle est forte et négative ( $-200$  à  $-300$  mGal) sur les chaînes (Alpes) et les bassins instables. Elle est forte et positive sur les grands bassins océaniques profonds stables (on a en effet remplacé la couche d'eau par de la roche) et sur les dorsales médio-océaniques.

### 1.4.3 Les anomalies isostatiques

Nous passerons rapidement sur leurs définitions, car depuis l'avènement de la tectonique des plaques et l'étude de la déformation et de la rhéologie de la lithosphère on n'utilise plus ces anomalies pour interpréter l'équilibre isostatique d'une région. La réduction isostatique consistait à faire correspondre à tout excès ou défaut de masse, par rapport à un géoïde sans masse externe, des masses égales et de signe opposé dont la position dépendait de l'hypothèse isostatique envisagée (Pratt, Airy, Vening-Meinesz).

Les anomalies isostatiques sont ainsi obtenues en annulant à la fois les masses visibles et les masses de compensation (au lieu des seules masses visibles pour le calcul des anomalies de Bouguer).

L'anomalie isostatique est donc la différence entre l'anomalie de Bouguer et celle qui est calculée pour une distribution de masse profonde qui compense la masse topographique suivant un des mécanismes d'isostasie possible : Pratt, Airy, Vening-Meinesz.

### 1.4.4 L'anomalie de Bouguer réduite au manteau

Elle sera définie plus loin, lors de l'étude et de l'interprétation des données gravimétriques de surface, sur des exemples qui sont à l'origine de son utilisation.

## 1.5 Interprétation des anomalies gravimétriques

L'objectif de la gravimétrie est de calculer des modèles d'hétérogénéités de masses profondes, qui rendent compte de ces anomalies observées. Ce point capital s'étend à toutes les méthodes géophysiques.

Les anomalies observées se présentent généralement sous deux formes, à une ou deux dimensions, suivant que l'on a affaire à des profils ou à des cartes. Sur ces dernières sont tracées les courbes d'isointensité de l'anomalie appelées « isanomales ».

L'objectif du géophysicien interpréteur sera de calculer, puis de comparer à ces données une anomalie théorique produite par un modèle de structure (position et géométrie d'un corps perturbateur et contraste de densité avec l'encaissant).

S'il y a coïncidence des courbes, on dira que l'on a trouvé un modèle qui rend compte de ce que l'on observe. S'il n'y a pas coïncidence, on cherchera une nouvelle structure d'un corps perturbateur qui, par un calcul direct, nous donnera une nouvelle anomalie théorique que l'on comparera à l'anomalie observée. La aussi, deux cas peuvent se présenter : il y a coïncidence ou pas. Il est clair qu'après un certain nombre d'itérations conduites de façon raisonnable (on peut aussi utiliser une méthode automatique, dite de Monte-Carlo, qui explore systématiquement tout l'ensemble des modèles possibles) on trouvera la coïncidence. On aura alors trouvé un modèle qui rend compte de l'observation. Mais l'on sait — la théorie des champs newtoniens l'enseigne — que celui-ci n'est pas unique (non-unicité du modèle). Toutefois, cela posé, il est plus intéressant pour une interprétation de posséder un tel modèle que de se lancer dans une interprétation qualitative de l'anomalie observée.

### 1.5.1 Calcul direct de l'anomalie théorique à partir d'un modèle

- Figures géométriques simples

Pour se donner un guide dans le choix des modèles, on a calculé les anomalies résultant de corps perturbateurs ayant des formes géométriques simples.

#### 1. Anomalie due à une sphère homogène :

Si l'on désigne par  $\Delta\rho$  le contraste de densité entre le corps sphérique et l'encaissant (positif ou négatif suivant qu'il est plus ou moins dense), l'attraction de la sphère au point distant de  $r$  du centre de la sphère est (voir figure 1.9) :

$$\Delta g = \frac{4}{3}\pi R^3 G \Delta\rho \frac{r^2}{\cos\theta} = \Delta g_{\max} (1 + x_2^2)^{-3/2}$$



LA GRAVIMÉTRIE, GÉNÉRALITÉS ET BASES

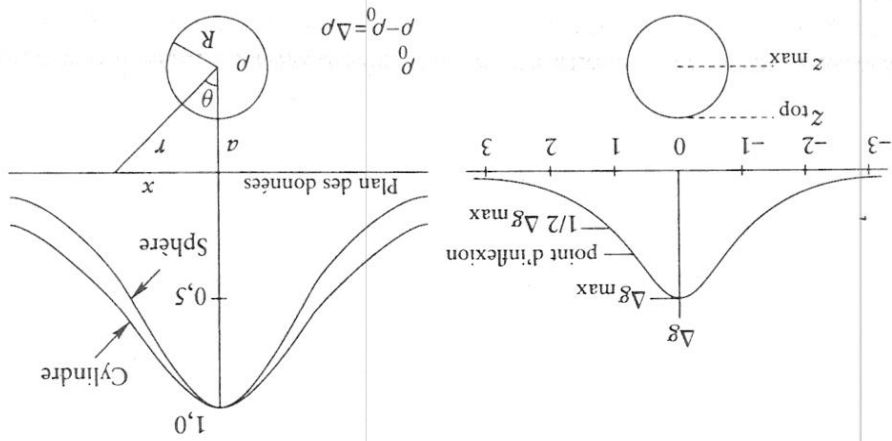


FIG. 1.9. Anomalie théorique due à une sphère homogène — On représente ici une section verticale passant par le centre de la sphère. La convexité de la courbe anormale est supérieur à celui du milieu encaissant, elle est vers le bas dans le cas contraire (par exemple pour une cavité). Sur le schéma de droite, on compare les anomalies dues à une sphère et à un cylindre de même section.

où  $\Delta g_{\max}$  est égal à  $\Delta g$  pour  $x = 0$ ,  $x_a = x/a$ ,  $a$  étant la profondeur du centre de gravité de la sphère,  $\frac{4}{3}\pi R^3$  le volume de la sphère dont le rayon est  $R$ ,  $\theta$  l'angle du rayon vecteur avec l'horizontale. Il est aisé de montrer que la distance entre les points d'inflexion de la courbe représentative de l'équation de l'anomalie est égale à la profondeur du centre de la sphère.

2. Anomalie due à un cylindre horizontal homogène :

On se donne un cylindre, infiniment long, perpendiculaire au plan de la figure 1.10. Avec les mêmes notations, l'expression de l'anomalie induite par cette structure est :

$$\Delta g = \frac{2\pi G R^2 \Delta \rho}{2\pi G R^2 \Delta \rho a} \cos \theta = \frac{r}{a} \cos \theta = \frac{2\pi G R^2 \Delta \rho a}{2\pi G R^2 \Delta \rho a} = \frac{1 + x^2/a^2}{\Delta g_{\max}}$$

$$\Delta g_{\max} = \frac{2\pi G R^2 \Delta \rho}{a}$$

À titre d'exemple, un tunnel souterrain circulaire, dont le rayon est de 1 mètre et dont l'axe est situé à une profondeur de 10 mètres dans une roche de densité 2,7, produit une anomalie maximale (à la verticale de l'axe) de  $-10^{-1}$  mGal (PARASNIS, 1986).

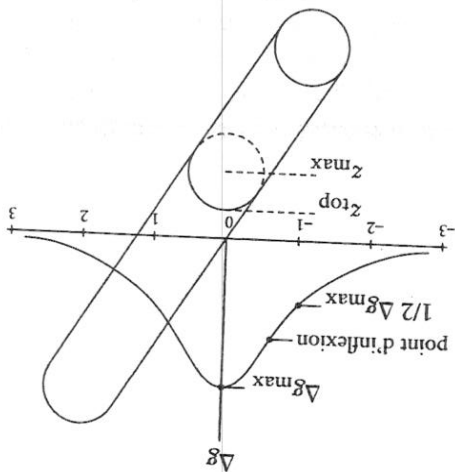


FIG. 1.10. Anomalie due à un cylindre infini homogène — On se place dans un plan perpendiculaire aux génératrices du cylindre. L'orientation de la convexité dépend ici aussi du contraste de densité avec le milieu encaissant. Ce modèle sera utile dans l'identification de canalisations ou de galeries souterraines.

3. Anomalie due à un prisme long de section rectangulaire :  
 Un prisme infiniment long, coupant perpendiculairement le plan de figure dont les sommets sont reliés au point courant P en coordonnées polaires par  $r_1, r_2, r_3, r_4$  et  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ , entraîne une anomalie théorique (voir figure 1.11) :

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \left[ x \ln \frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} + b \ln \frac{r_1}{r_2} + D(\phi_2 - \phi_4) - d(\phi_1 - \phi_3) \right]$$

4. Cas d'une couche plane infinie :  
 Il s'agit, évidemment, d'un cas particulier de l'exemple précédent pour lequel  $r_1 \rightarrow r_2, r_3 \rightarrow r_4$  et  $\phi_1, \phi_2 \rightarrow \pi, \phi_3, \phi_4 \rightarrow \pi$ , de sorte que :

$$\Delta g = 2\pi G\Delta\rho(D - d)$$

Elle dépend donc uniquement de l'épaisseur de la couche. On retrouve l'expression utilisée dans le calcul de la réduction de Bouguer.

• Figures géométriques plus complexes

1. Anomalie d'un corps de dimension infinie dans la direction perpendiculaire au plan du profil, « méthode des polygones de TALWANI *et al.* (1959) » :



LA GRAVIMÉTRIE, GÉNÉRALITÉS ET BASES

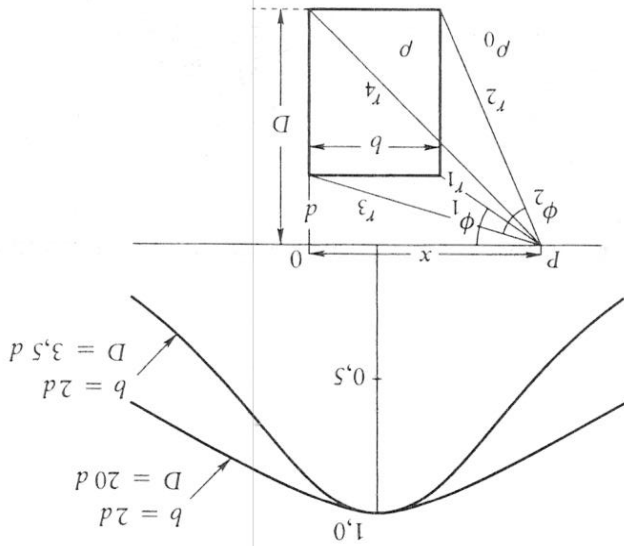


FIG. 1.11. Anomalie due à un prisme infini homogène — Comme pour le cylindre, on se place dans un plan perpendiculaire aux arêtes infinies du prisme. La construction de l'anomalie nécessite la connaissance de 8 paramètres donnant la géométrie de la section du prisme ainsi que du contraste de densité.

La méthode est basée sur le fait que la composante verticale de l'attraction due à un polygone, mesurée en un point  $M$  à la surface, peut être calculée à partir de l'expression due à HUBBERT (1948) :

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \oint z d\theta.$$

dans laquelle  $\oint z d\theta$  est l'intégrale linéaire prise sur le pourtour du corps attractif,  $z$  la profondeur d'un point courant  $R$  et  $\theta$  l'angle entre  $MR$  et l'axe des  $x$  (voir figure 1.12). La périphérie du corps attractif étant une ligne brisée fermée (polygone), cette intégrale devient la somme des intégrales sur les différents segments. Ainsi, sur la figure, on a :

$$\oint z d\theta = \int_A^B z d\theta + \int_B^C z d\theta + \dots + \int_F^A z d\theta.$$

On voit l'intérêt d'une telle décomposition d'une section d'un corps perturbateur et la possibilité de son traitement informatique, en définissant dans le plan de la section les points  $A, B, \dots$  par leurs coordonnées polaires  $a^A\theta^A, a^B\theta^B, \dots$  et cartésiennes  $X^AZ^A, X^BZ^B, \dots$  dans un référentiel où  $X^M$  est l'abscisse du point où l'on calcule l'anomalie. Pour faciliter le traitement informatique, appelons  $l$  le rang de  $A$  et  $l + 1$  le rang de  $B$ ,  $X_M^l$  l'abscisse du

de figure polaires que (voir ] ur lequel ve l'ex diculaire 9) » :

un plan dépend le dans

$$T^{(j)} = \cos \theta^{(j)} \left( \operatorname{tg} \Phi^{(j)} - \operatorname{tg} \theta^{(j)} \right)$$

où :

$$\Delta g^{(j)} = \int_{\theta^{(j+1)}}^{\theta^{(j)}} Z d\theta = a^{(j)} \sin \Phi^{(j)} \cos \Phi^{(j)} \left[ \theta^{(j)} - \theta^{(j+1)} + \operatorname{tg} \Phi^{(j)} \log \left( \frac{T^{(j+1)}}{T^{(j)}} \right) \right]$$

La solution de l'intégrale est :

$$a_j = X^{(j+1)} - X^M + Z^{(j+1)} \cdot \left( \frac{X^{(j+1)} - Z^{(j+1)}}{X^{(j)} - X^M} \right)$$

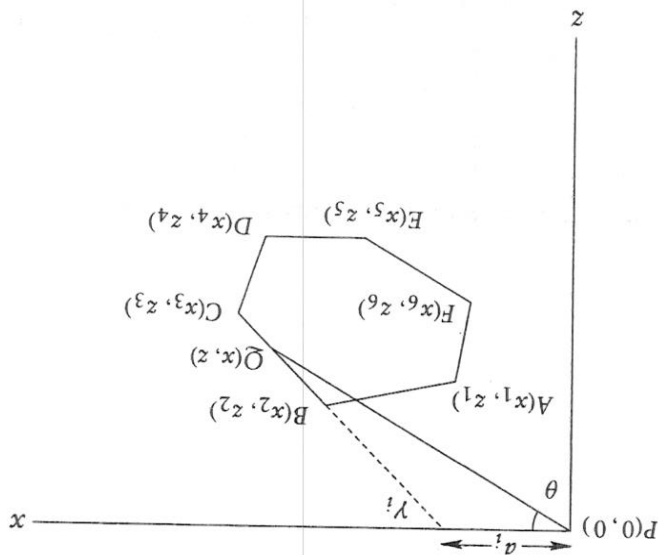
$$\Phi_j = \operatorname{arctg} \left( \frac{X^{(j+1)} - Z^{(j+1)}}{Z^{(j+1)}} \right)$$

$$\theta_{j+1} = \operatorname{arctg} \left( \frac{X^{(j+1)} - X^M}{Z^{(j+1)}} \right)$$

$$\theta_j = \operatorname{arctg} \left( \frac{X^{(j)} - X^M}{Z^{(j)}} \right)$$

point où l'on calcule l'anomalie,  $X_j, Z_j, \theta_j, a_j$  les coordonnées cartésiennes et polaires de A,  $X_{j+1}, Z_{j+1}, \theta_{j+1}, a_{j+1}$  celles de B, on a :

Fig. 1.12. Anomalie théorique d'un polygone — Il s'agit, là aussi, d'une structure infinie dont la trace dans le plan de la figure est un polygone irrégulier dont il est facile de calculer l'effet gravifique  $\Delta g$  par la méthode de TALWANI *et al.* (1961).



LA GRAVIMÉTRIE EN MER

et :

$$T^{(j+1)} = \cos \theta^{(j+1)} \left( \operatorname{tg} \theta^{(j+1)} - \operatorname{tg} \Phi^{(j+1)} \right)$$

On somme ainsi tous les segments constitués du polygone qui circonscrit la section du corps perturbateur supposé infini de part et d'autre de la section. On verra que cette technique de modélisation conduit à orienter les profils de géophysique marine perpendiculairement aux grandes structures, de façon à pouvoir utiliser cette méthode de TALWANI *et al.* (1961). C'est aussi que l'anomalie d'une structure cylindrique observée par un profil en biais peut très bien ressembler à celle d'une autre forme. Si on ne connaît pas l'angle du profil avec les génératrices, on ne peut pas les distinguer.

2. Anomalie d'un corps quelconque à trois dimensions :

En traitant l'anomalie créée par un parallélépipède rectangle quelconque, il est clair que l'on peut, en sommant les effets d'une multitude de petits éléments de ce type, remplir complètement le corps perturbateur. On peut, éventuellement, faire varier le contraste de densité dans chacun des parallélépipèdes élémentaires pour faire un modèle complexe.

L'anomalie produite par un parallélépipède rectangle homogène, dont le contraste de densité avec l'encaissant est  $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ , peut se calculer aisément.

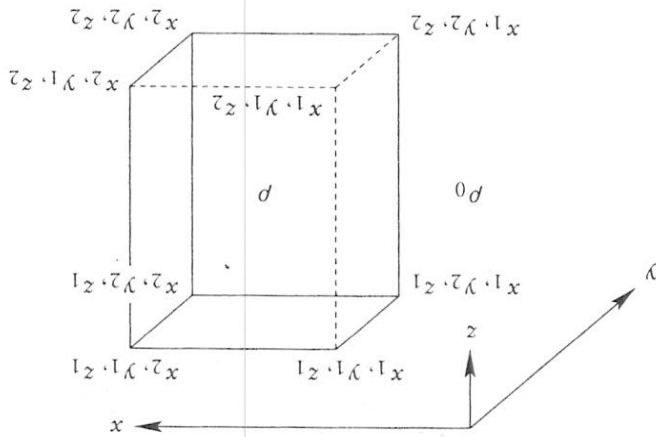


FIG. 1.13. Anomalie due à un cube ou à un parallélépipède rectangle — Compte tenu d'un contraste de densité donné, on peut calculer l'effet gravifique au point origine du référentiel, si l'on se donne les coordonnées des 8 sommets, soit 24 paramètres (cf. le texte, PARASNIS, 1986).

On prend l'origine des coordonnées au point d'observation  $P$  (voir figure 1.13). L'attraction due à la masse élémentaire  $\Delta\rho dx dy dz$  donne une

$\left[ \frac{f}{f+1} \right]$

mes et

curse facile

anomalie élémentaire :

$$d(\Delta g) = \frac{G \Delta \rho dx dy dz}{r^2 \cos \theta} = \frac{G \Delta \rho dx dy dz z}{r^2} = \frac{G \Delta \rho z dx dy dz}{r^2} = \frac{G \Delta \rho z dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

L'anomalie due au parallélépipède tout entier sera alors :

$$\Delta g = G \Delta \rho \int_{x_2}^{x_1} \int_{y_2}^{y_1} \int_{z_2}^{z_1} \frac{z dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Sous une forme exploitable en informatique, on peut l'écrire :

$$\Delta g = \sum_{i,j,k \in \{1,2\}} (-1)^{i+j+k-1} f(x_i, y_j, z_k)$$

qui contient huit termes fonctions des coordonnées des 8 coins du parallélépipède, la fonction étant :

$$f(x, y, z) = G \Delta \rho \left[ x \ln \frac{(x^2 + z^2)^{1/2}}{y + r} + \ln \frac{(y^2 + z^2)^{1/2}}{x + r} + \text{zarc tg} \left( \frac{xy}{zr} \right) \right]$$

avec :

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

### 1.5.2 Interprétation proprement dite

À partir de ces calculs directs, il est possible de modéliser toutes les anomalies en une, deux ou même trois dimensions (ces dernières sont très rarement calculées), obtenues sur le terrain ou en mer. Nous disposons, en effet, d'un ensemble d'outils, formes géométriques simples ou complexes 1D, 2D, 3D, permettant de calculer les effets de tout objet anormal, dans un demi-espace encaissant homogène en tout point de l'espace. Le choix du contraste de densité avec l'encaissant est le deuxième paramètre dont on dispose pour l'ajustement. On peut même, dans les modèles les plus complexes, faire varier ce paramètre à l'intérieur du volume du corps perturbateur. Rappelons encore que les modèles ainsi obtenus (après ajustement de l'anomalie calculée avec l'anomalie observée) ne sont pas uniques.

### 1.5.3 Cas de la gravimétrie en mer

Si, sur une même zone, on dispose de mesures gravimétriques faites en surface et au fond (voir les deux chapitres suivants), on réduit le nombre des modèles possibles. En effet, et c'est l'intérêt de ces combinaisons de plusieurs méthodes de prospection, le problème revient à trouver un modèle qui convienne à la fois aux données observées au fond et en surface et qui tienne compte des effets du relief sous-marin. Nous reviendrons longuement sur cette stratégie de modélisation.

#### Remarque

Il existe d'autres façons d'inverser les données (voir par exemple DEHLINGER, 1978). Elles font appel aux théories complexes de l'inversion, l'un des points fondamentaux de la recherche géophysique (TARANTOLA, 1987; MENKE, 1989).

#### Pour en savoir plus

- KEARY P. & BROOKS M., 1987. *An introduction to Geophysical Exploration*, Geoscience Texts, vol. 4, Blackwell Scientific Publications, Oxford, 296 pp.
- LAMBECK K., 1988. *Geophysical geodesy: The slow deformations of the Earth*, Oxford Univ. Press, New York, 718 pp.
- PARASNIS D.S., 1986. *Principles of applied Geophysics*, Chapman and Hall, London, 402 pp.
- TALWANI M., WORZEL J.L. & LANDISMAN M., 1959. Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone. *J. Geophys. Res.*, 64, 49-59.
- TORGE W., 1989. *Gravimetry*, ed. Walter de Gruyter, Berlin, 465 pp.

nales en  
atcules),  
d'outils,  
leur les  
en tout  
deuxième  
modèles  
du corps  
ustement

parallèle-