SONDAGES SCHLUMBERGER

Problème direct

1) En utilisant l'éxécutable "*schinv_app_b.exe*" pour produire les fichiers (MN/2;ρ_{app}) [cf. annexe] et le programme Matlab® "*visu2.m*" pour les visualiser, tracer les courbes de sondage pour les deux modèles de terrain suivants, et les commenter.

épaisseur (m)	résistivité (ohm.m)
3	50
25	150
6	5
	100

épaisseur (m)	résistivité (ohm.m)
3	50
25	150
9.6	8
	100

2) Même question.

épaisseur (m)	résistivité (ohm.m)
2	150
33	20
5	300
	35

épaisseur (m)	résistivité (ohm.m)
2	150
33	20
12	125
	35

3) Faire varier l'épaisseur de la troisième couche du terrain suivant. Commenter.

épaisseur (m)	résistivité (ohm.m)
5	25
15	1250
5	100
	20

Problème inverse

4) Une prospection a été effectuée sur un terrain à quatre couches. En utilisant le logiciel Ipi2win, développé par A. Bobachev *et al.* à l'Université de Moscou (http://geophys.geol.msu.ru/rec_lab3.htm), interpréter les quatre sondages en ligne (distants de 150 m). En particulier, déterminer la résistivité vraie et l'épaisseur des quatre terrains. On sait par ailleurs que le toit du substratum est plan et que la deuxième couche, qui affleure au premier sondage, est affectée d'un pendage (à évaluer!).

a) Lancer IPI2win (Lite).

b) "File", "NewVES Point": remplir les colonnes concernées. Sauver les données brutes ("Save TEXT"). Puis cliquer sur "OK", sauver les données au format IPI (*.dat).

c) Pour effectuer une inversion où les paramètres sont le nombre de couches, leur épaisseur et leur résistivité, cliquer sur la flèche verte "⇨" dans la barre d'outils.

Le modèle déterminé et l'erreur associée s'affichent.

La qualité de la détermination des paramètres (incertitude, corrélation, ...) est visible dans "Tools", "Equivalence" (ou Ctrl Q).

Vous pouvez changer manuellement résistivité et épaisseur des couches en saisissant la courbe bleue avec la souris, et en faisant des glisser-déplacer, ou bien en entrant manuellement les valeurs dans le tableau du modèle.

Vous pouvez ajouter ("Split", Ctrl N) ou supprimer ("Join", Ctrl Y) des couches dans le tableau du modèle (clic droit), ou encore fixer des paramètres ("Fixing").

Pour recalculer le modèle, modifier ou affiner une inversion *a priori*, cliquer sur l'éclair jaune dans la barre d'outils, ou appuyer sur la barre d'espace, jusqu'à ce que le modèle stabilise.

d) "File", "Variants", "Save results" (ou Ctrl S) pour sauvegarder les résultats de l'inversion.

e) Quitter.

Reprendre la procédure depuis a) pour les trois autres sondages.

f) Lancer IPI2win (Lite). "File", "Open", charger le fichier du premier sondage.

e) "File", "Add files", charger le fichier du second sondage. Le programme demande le nom d'un fichier pour sauver la section (par exemple "global.dat"). Après enregistrement, une fenêtre d'information apparaît. Dans le tableau de gauche, entrer le nom des sondages 1 et 2 dans la colonne "VES names" (écraser les "VES_name"), entrer l'abscisse X du sondage 2.

f) Recommencer l'étape e) pour le troisième, puis le quatrième sondage.

g) Le modèle global de résistivité (en fait, les inversions 1D mises côte-à-côte) apparaît. La section de résistivité apparente peut aussi être affichée ("Section", "Pseudo section" / "Resistivity section" / "Both section").

h) Le bouton "ρ_a^f" dans la barre d'outils permet d'afficher les courbes brutes.

i) Pour le choix des couleurs et des bornes, "Section", "Options".

j) En cliquant sur la partie du modèle correspondant à un sondage donné, la courbe de résistivité apparente et le modèle associé apparaissent (se mettre en affichage "Window", "IPI 8"). Comme précédemment, on peut modifier le modèle et accéder aux informations sur sa qualité. On peut superposer les courbes des sondages adjacents (clic droit, "Neighbouring curves"). De même, sur la section, on peut bouger les limites des couches.

k) En tenant compte de la continuité des couches, ajuster les modèles de chacun des sondages pour obtenir un modèle d'ensemble cohérent (il est pour cela nécessaire de fixer intelligemment certains paramètres).

5) On a ajouté artificiellement un faible bruit aléatoire sur le troisième sondage. Comparer les résultats de l'inversion ("⇨") pour le sondage 3 et le sondage 3 bruité. Commenter.

AB/2	sondage 1	sondage 2	sondage 3	sondage 4	sondage 3b
2	75.0	20.1	20.0	20.0	20.0
3	75.0	20.9	20.0	20.0	20.2
4	75.0	21.7	20.1	20.0	20.1
5	74.9	22.7	20.2	20.1	19.8
7	74.7	25.1	20.8	20.3	21.3
10	74.0	29.3	22.2	20.8	22.1
15	72.0	36.4	25.4	22.1	25.3
20	68.9	41.7	29.0	24.1	28.9
30	60.8	47.5	35.2	28.6	34.6
40	52.6	49.4	39.3	32.7	39.1
50	46.4	49.4	41.9	35.9	42.3
70	40.4	47.8	44.6	40.5	44.1
100	42.4	47.9	47.9	45.9	48.3
150	56.7	57.8	58.0	57.2	58.6
200	74.4	73.6	72.9	71.8	73.3
300	110.8	108.9	107.0	105.1	106.4
400	147.0	144.3	141.8	139.3	139.2
500	182.8	179.5	176.4	173.3	174.0

ANNEXE: RESISTIVITE APPARENTE PAR DISPOSITIF SCHLUMBERGER INVERSE

Soit un milieu tabulaire à N couches, substratum compris. On note ρ_i (i=1,...,N) les résistivités des couches et t_i (i=1,...,N) leurs épaisseurs, N étant l'indice du substratum.

I) Potentiel en surface dû à une injection ponctuelle en surface

Le potentiel électrique à une distance r du point d'injection est donné par:

$$V(r) = \frac{\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{1}{2r} + \mathrm{H}_0\left[K_1\right](r)\right\}$$

où I est l'intensité du courant injecté et $\mathrm{H}_0[K_1]$ la transformée de Hankel d'ordre 0 du noyau de Stefanescu K_1, qui se déduit du noyau de Slichter S_1 par:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad K_1(\lambda) = \frac{S_1(\lambda)-1}{2}$$

Le noyau de Slichter est donné par la relation de récurrence de Sunde-Pekeris:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad \begin{cases} S_N(\lambda) = 1 \\ \forall i \in [\![1, N-1]\!] \quad S_i(\lambda) = \dfrac{S_{i+1} + \dfrac{\rho_i}{\rho_{i+1}}\tanh(\lambda t_i)}{\dfrac{\rho_i}{\rho_{i+1}} + S_{i+1}\tanh(\lambda t_i)} \end{cases}$$

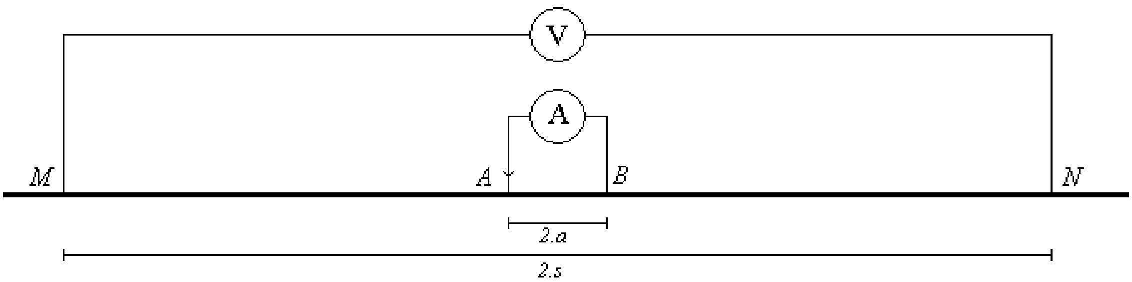
Enfin, la transformée de Hankel d'ordre 0 du noyau de Stefanescu est définie par:

$$\mathrm{H}_0\left[K_1\right](r) = \int_0^{+\infty} K_1(\lambda)\,\mathrm{J}_0(\lambda r)\,d\lambda$$

où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0.

II) Dispositif Schlumberger inverse

Le dispositif Schlumberger inverse est un dispositif symétrique constitué de deux électrodes d'injection centrales A et B espacées de 2a, a étant une quantité fixe, et de deux électrodes de mesure M et N espacées de 2s, s étant une quantité variable, telle que $s > a$.



Le potentiel en M est la superposition du potentiel créé par l'injection en A et la récupération en B, c'est-à-dire:

$$\begin{aligned} V_M &= V_{A\to M} + V_{B\to M} \\ &= \frac{\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{1}{2(s-a)} + \mathrm{H}_0[K_1](s-a)\right\} + \frac{\rho_1(-I)}{\pi}\left\{\frac{1}{2(s+a)} + \mathrm{H}_0[K_1](s+a)\right\} \\ &= \frac{\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{a}{s^2-a^2} + \mathrm{H}_0[K_1](s-a) - \mathrm{H}_0[K_1](s+a)\right\} \end{aligned}$$

De même pour le potentiel en N:

$$\begin{aligned} V_N &= V_{A\to N} + V_{B\to N} \\ &= \frac{\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{1}{2(s+a)} + \mathrm{H}_0[K_1](s+a)\right\} + \frac{\rho_1(-I)}{\pi}\left\{\frac{1}{2(s-a)} + \mathrm{H}_0[K_1](s-a)\right\} \\ &= -\frac{\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{a}{s^2-a^2} - \mathrm{H}_0[K_1](s+a) + \mathrm{H}_0[K_1](s-a)\right\} \end{aligned}$$

La différence de potentiel ΔV entre M et N est donc donnée par:

$$\Delta V(s) = V_M - V_N = \frac{2\rho_1 I}{\pi}\left\{\frac{a}{(s^2-a^2)} + \mathrm{H}_0[K_1](s-a) - \mathrm{H}_0[K_1](s+a)\right\}$$

Dans le cas d'un milieu homogène de résistivité ρ, le potentiel est donné par:

$$\Delta V_{homogène}(s) = \frac{2a}{\pi(s^2-a^2)}\rho I$$

En égalisant, on en déduit la formule donnant la résistivité apparente ρ_{app}:

$$\rho_{app}(s) = \rho_1\left\{1 - (s^2-a^2)\frac{\mathrm{H}_0[K_1](s+a) - \mathrm{H}_0[K_1](s-a)}{a}\right\}$$

III) Approximation de la résistivité apparente pour les grandes longueurs de ligne

Lorsque $s >> a$, on peut procéder à l'approximation:

$$\frac{\mathrm{H}_0[K_1](s+a) - \mathrm{H}_0[K_1](s-a)}{a} \simeq 2\frac{d\mathrm{H}_0[K_1](s)}{ds}$$

Comme on a:

$$\frac{d\mathrm{J}_0(x)}{dx} = -\mathrm{J}_1(x)$$

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1, il vient:

$$\frac{d\mathrm{H}_0[K_1](r)}{ds} = -\int_0^{+\infty} \lambda K_1(\lambda)\mathrm{J}_1(\lambda r)\,d\lambda = -\mathrm{H}_1[K_1'](r)$$

où $\mathrm{H}_1[K_1']$ est la transformée de Hankel d'ordre 1 du noyau K_1' défini par:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad K_1'(\lambda) = \lambda K_1(\lambda)$$

Ainsi pour les grandes longueurs de lignes, la résistivité apparente est approximée par:

$$\rho_{app}(s) \simeq \rho_1\left\{1 + 2(s^2-a^2)\mathrm{H}_1[K_1'](s)\right\}$$

Dans la pratique, la formule est valable dès que $s \geq 2a$.