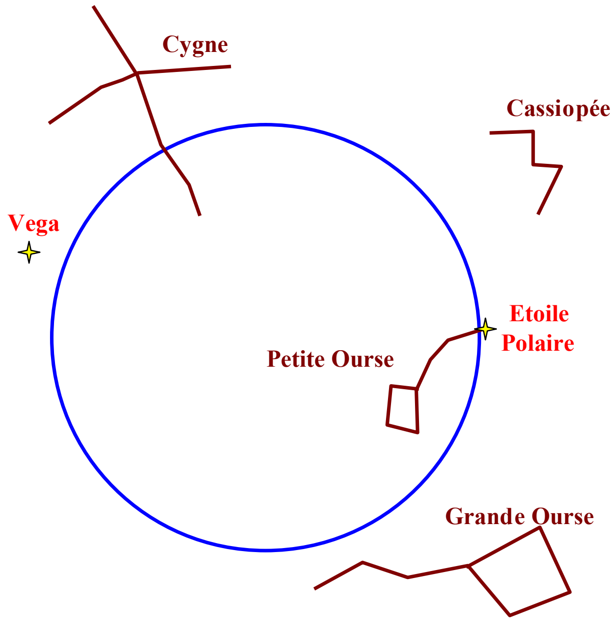
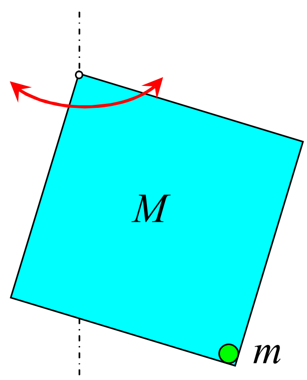
18/04/2007

Licence STEP L2 Module Physique pour les géosciences S4

Mécanique des solides et des planètes

Examen écrit du 23 avril 2007

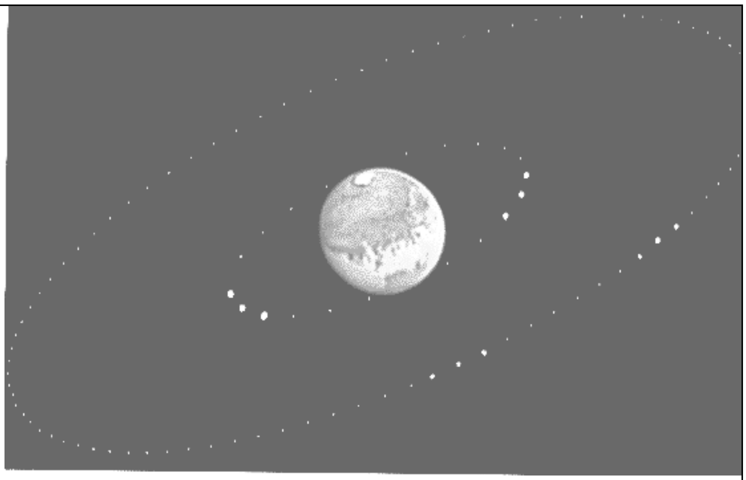
Documents autorisés: néant, calculette : tolérée. Veillez à soigner la rédaction. Durée : 4 heures
On prendra l'accélération de la gravité g égale à 10 m/s^2.

n°1 (4 pt)	1) Qu'appelle-t-on précession des équinoxes? Quelle est son origine physique? Faire qualitativement une analogie avec le mouvement de la toupie posée sur un point fixe. 2) Dans la figure ci-dessous, le cercle bleu décrit la position vers laquelle pointe l'axe de rotation de la Terre au cours du temps. Dans quel sens est parcouru ce cercle? Quelle est l'ouverture angulaire de ce cercle? Où pointait l'axe de rotation de la Terre au moment de la première civilisation dans la vallée du Nil (5000 ans avant JC)? 
n°2 (2 pt)	Considérons un disque homogène de masse 10 kg et de diamètre 1 m. Quel est le moment d'inertie de ce disque par rapport à un point du bord? Plaçons ce disque verticalement et faisons le osciller autour d'un axe horizontal perpendiculaire à son plan et passant par un point du bord. Quelle est la fréquence des petites oscillations autour de la position d'équilibre?
n°3 (4 pt)	1) Quelle est la matrice d'inertie par rapport à son centre d'inertie d'une plaque de fer fine, homogène, ayant la forme d'un carré de masse M et de côté a? 2) Plaçons cette plaque verticalement et faisons-la osciller par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par un coin. Quelle est la période des petites oscillations? Ajoutons à cette plaque un aimant de masse m sur le coin opposé à l'axe. La période des petites oscillations est multipliée par un facteur $2/\sqrt{3}$. Quelle est la masse m de l'aimant? 

n°4

(6 pt)

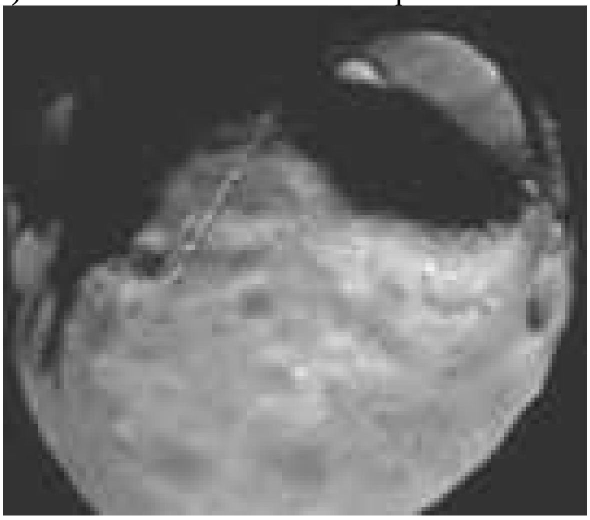
1) Redémontrer la troisième loi de Kepler dans le cas d'une orbite circulaire.



2) En 1877, l'astronome américain Asaph Hall (1829-1907) découvrait les deux satellites de Mars, Phobos et Deimos. Quelques données sur ces deux objets sont réunies dans la table ci-dessous. Calculer la masse de Mars et la comparer à la masse de la Terre et à la masse de la Lune.

	Masse (10^{16} kg)	Diamètre (km)	Période de rotation autour de Mars	Distance à Mars (km)
Phobos	1.1	28×23×20	7 h 39 min	9378
Deimos	0.2		1.263 jours terrestres	23459

3) Calculer les moments cinétiques de Phobos et Deimos par rapport au centre de Mars.

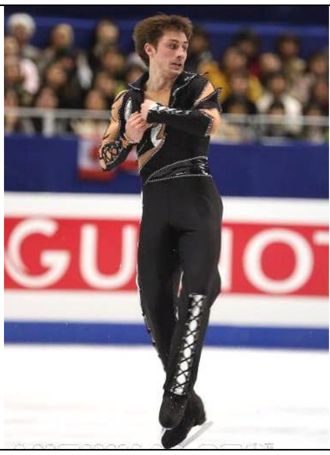


4) Assimilons Phobos à un ellipsoïde homogène de masse M et de demi-grands axes a, b, c selon trois axes OX, OY, OZ, respectivement, avec $a>b>c$. Donner la valeur des trois composantes diagonales A, B, C de la matrice d'inertie principale centrale de Phobos. On utilisera le fait que le moment d'inertie C par rapport à l'axe OZ de l'ellipsoïde défini précédemment est égal à: $C = M\left(a^2+b^2\right)/5$. On en déduira les autres moments d'inertie par permutation circulaire.

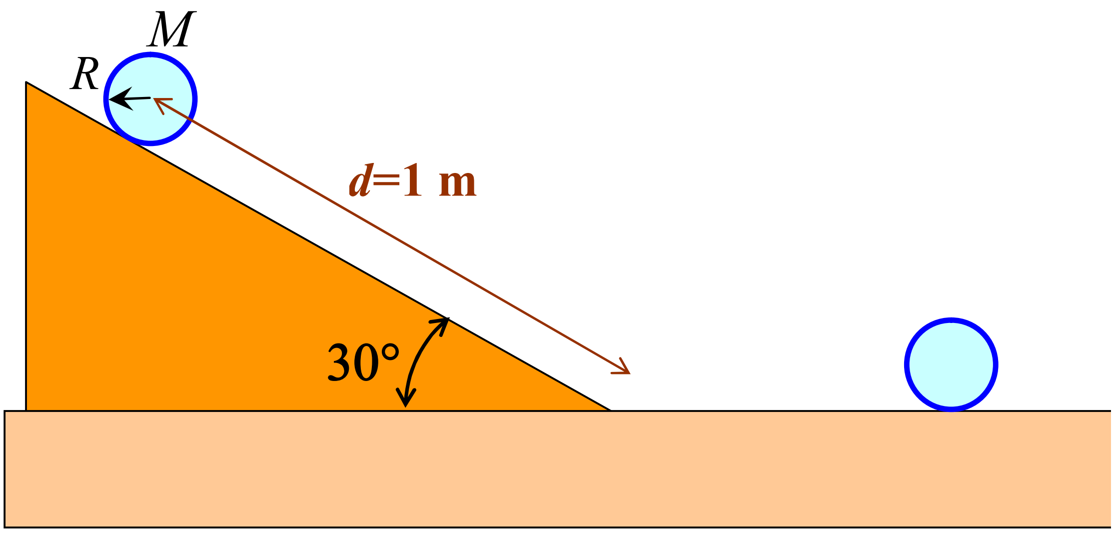
5) La mission Pathfinder a permis de déterminer que la vitesse de précession de l'axe de rotation de Mars vaut 7576±35 milli-seconde d'arc par an. Cette valeur correspond à quelle période de précession? La vitesse de précession d'une planète due à un objet de masse M_0 situé à une distance r_0 s'écrit: $\dot{\varphi} = -\frac{3}{2}\frac{GM_0}{r_0^3}\alpha_I\frac{\cos\theta}{\omega_Z}$ où θ est l'angle d'inclinaison du plan équatorial de l'axe sur l'écliptique (25.19° pour Mars), ω_Z la vitesse angulaire de rotation de la planète sur elle-même et α_I l'aplatissement défini par $\alpha_I = \left(C-\left(A+B\right)/2\right)/C$. Considérons d'abord que la précession de l'axe de Mars est due uniquement au soleil. Déduire la valeur de α_I pour Mars. La période sidérale de rotation de Mars est 24.62 heures et sa distance au soleil est 1.524 UA. Comparer à la valeur de α_I pour la Terre. Quelle est la contribution de Phobos à la précession de l'axe de Mars par rapport à celle du soleil?

6) Considérons un pendule simple de période une seconde à la surface de la Terre. Quelle est sa période à la surface de Mars? Le rayon moyen de la planète Mars est de 3375 km. Quelle est sa période à la surface de Phobos?

<table>
<tr>
<td>n°5

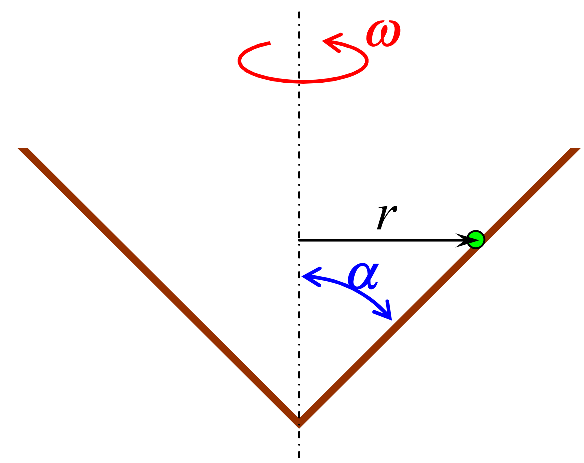
(2 pt)</td>
<td>


Un patineur voit sa vitesse de rotation multipliée par deux quand il ramène ses bras sur son corps. On assimilera le patineur à un cylindre homogène vertical et on considérera que chaque bras correspond à une masse de 2 kg située initialement à quatre fois le rayon du cylindre du corps et que cette distance est divisée par deux quand les bras sont ramenés sur le corps. Quelle est la masse du patineur?
</td>
</tr>
<tr>
<td>n°6

(3 pt)</td>
<td>


Considérons une bille de masse M et de rayon R qui peut rouler sans glisser sur un plan incliné faisant un angle de 30° avec l'horizontale. On lâche cette bille sans vitesse initiale et elle parcourt une distance de 1 m avant d'arriver sur une surface horizontale. Quelle est alors sa vitesse? Elle continue sur cette surface où elle glisse sans frottement avant d'entrer en collision frontale élastique avec une bille identique initialement au repos. Quelle est la vitesse finale de la deuxième bille? Que se passerait-il si la deuxième bille avait le même rayon mais une masse deux fois plus petite?
</td>
</tr>
<tr>
<td>n°7

(2 pt)</td>
<td>
Considérons un cône de révolution de demi-angle au sommet α en rotation uniforme de vitesse angulaire ω autour de son axe, le cône étant placé verticalement sur sa pointe. Un mobile qui glisse sans frottement sur la surface du cône est placé sans vitesse initiale à une distance r de l'axe. Que se passe-t-il ? Discuter les diverses situations possibles.



</td>
</tr>
</table>

n°8 (3 pt)	Un cylindre horizontal et homogène, de masse M et de rayon R, roule sans glisser sur un plan incliné qui fait un angle θ avec le plan horizontal. Ce cylindre est retenu par une ficelle qui passe dans une gorge de rayon r dans le cylindre. Cette ficelle est reliée par l'intermédiaire d'une poulie à une masse m qui se déplace verticalement. Quelle est l'expression de l'accélération du cylindre? On supposera que la ficelle n'est pas extensible et qu'elle ne glisse pas sur la poulie qu'on assimilera à un cylindre homogène de masse M_p et de rayon R_p. Ecrire la condition de roulement sans glissement pour le cylindre sur le plan incliné.